

モジュラリティデンシティ最大化問題に対する再定式化

伊豆永 洋一

筑波大学 ビジネスサイエンス系

SNSの利用者などの相互関係を表すネットワークを密な部分ネットワークに分割する手法はコミュニティ抽出と呼ばれ、SNSの関係解析以外にも、Webにおけるリンクスパムの検出やタンパク質ネットワークの解析など幅広い応用を持つ。コミュニティ抽出に対する代表的なアプローチとして、Newman and Girvanによるモジュラリティの最大化を目指す手法が広く知られているが、解像度限界と呼ばれる問題点を持つことが指摘されている。解像度限界を回避する評価関数としてモジュラリティデンシティが提案されているが、この関数は分数関数の和として表されるため、数理計画ソルバーで直接扱うことは困難である。

本発表では、モジュラリティデンシティ最大化問題に対する二種類の再定式化法を紹介する。一つは、以下の集合 \mathcal{F} 上で線形関数を最大化する定式化であり、その緩和問題は錐計画ソルバーで効率的に解くことが可能となる。

$$\mathcal{F} = \{Z \in \mathcal{N}_n \mid Ze = e, Z^2 = Z\}.$$

ただし、 \mathcal{N}_n は n 次非負対称行列の集合、 e は要素が全て1のベクトルである。もう一つは、集合分割問題に定式化し、列生成法を適用する方法である。この方法では、列を生成する問題（列生成子問題）が分数計画問題に帰着されるが、列生成子問題を混合整数線形計画問題に再定式化することで、混合整数線形計画ソルバーを用いたアルゴリズム設計が可能となる。最後に、標準的なベンチマーク問題を用いた計算機実験を行い、それぞれの手法の特徴や有効性について議論する。