

混合整数半正定値最適化問題に対する分枝切除法

小林 健

株式会社富士通研究所

混合整数半正定値最適化問題 (MISDO) は非線形性を表現できる半正定値制約と整数変数を含む最適化問題であり, トラスの構造設計や制御システム, 統計的モデル選択など様々な分野で応用がある.

近年, MISDO に対する汎用的なソルバーとして SCIP-SDP が公開された [1]. SCIP-SDP では分枝限定法が実装されており, 整数制約を連続緩和した SDO を繰り返し解いて MISDO の最適解を求める. しかし SDO の求解に内点法を用いるため, 混合整数線形最適化問題 (MILO) に対する分枝限定法とは異なり, 双対単体法を利用したホットスタートが利用できない. また SDO の求解に伴う数値的不安定性の問題もある.

本講演では分枝限定法とは異なる解法として, SDO に対する切除平面法 [2] を MISDO に拡張する. すなわち半正定値制約を緩和し, 妥当不等式を追加しながら MILO を繰り返し解いて MISDO の最適解を求める. この解法では MILO の求解に Gurobi や CPLEX といった既存の高性能ソルバーを利用できるという利点があるが, 一方で MILO の求解のために各反復で分枝限定法を行なう必要がある. そこで本講演では, 混合整数最適化ソルバーの callback 関数を利用して, MILO に対する分枝限定法の過程で半正定値制約の妥当不等式を動的に生成する分枝切除法を提案する. この方法を利用すれば, 1 回の分枝限定法で MISDO の最適解を求めることができる. なお本研究は筑波大学高野祐一准教授との共同研究である.

参考文献

- [1] T. Gally, M. E. Pfetsch, and S. Ulbrich: A framework for solving mixed-integer semidefinite programs. *Optimization Methods and Software*, **33**, pp. 594–632 (2018).
- [2] H. Konno, J. Gotoh, T. Uno, and A. Yuki: A cutting plane algorithm for semidefinite programming problems with applications to failure discriminant analysis. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, **146**, pp. 141–154 (2002).