

ロバスト最適化モデルの事後的振る舞いについて

後藤順哉

中央大学 理工学部 経営システム工学科

概要: 期待報酬最大化に対し、標本データから得られる経験分布を用いた標本平均近似法は最も標準的なアプローチと言えるが、色々な欠点がある。本研究ではその対処法としての分布的ロバスト最適化 (DRO) に焦点を当て、特に、DRO により得られる最適解の事後的なふるまいについて考察する。具体的には、凹型報酬関数最大化問題に対する DRO においてロバスト性を調整するロバスト性パラメータの値が小さい場合の漸近論的な解析を行い、パラメータのキャリブレーションのための理論的示唆を得た。その結果、当パラメータが小さい場合、その大きさの事後的な報酬の平均値に対する影響は、分散のそれに比べ、1桁小さいことがわかった。1つの含意は、ロバスト性パラメータを適切に設定すれば、事後的報酬の分散の大幅な減少がわずかな事後的平均の減少で可能になるということである。この目的のために、ロバスト性パラメータを選択するためのロバスト平均分散フロンティアの概念を導入し、それがブートストラップのような再標本法により近似できることを示す。また既存のキャリブレーション法 (たとえば、データや目的関数に関係なく 90% の信頼水準を選択する方法) から得られる解は事後的に過度に保守的なふるまいを示す例を得た。分布的ロバスト最適化のパラメータのキャリブレーションにおいて分散を考慮することが重要であることがわかる。本研究は Michael J. Kim (プリティッシュコロンビア大学、カナダ)、Andrew E.B. Lim (シンガポール国立大学、シンガポール) との共同研究である。

Abstract: Although the sample average approximation using the empirical distribution obtained from sample data is the most standard approach for maximizing the expected reward, it has various drawbacks. In this research, we focus on distributionally robust optimization (DRO) as a remedy, and in particular, we consider the out-of-sample behavior of the optimal solution obtained by DRO. Specifically, we conduct an asymptotic analysis of the solution of a DRO where the expected value of a concave reward function is maximized and find that when the value of the robustness parameter is small, and develop a theory for calibration of the parameter. As a result, it is found that when the parameter is small, the effect of the magnitude on the average value of the out-of-sample reward is almost an order of magnitude smaller than that of the variance. One implication is that a substantial reduction in the variance of the out-of-sample reward is possible at little cost if the robustness parameter is properly calibrated. To this end, we introduce the notion of robust mean-variance frontier for selecting robustness parameter, and show that it can be approximated by a re-sampling method like the bootstrap. Our examples show that robust solutions resulting from existing calibration methods (e.g., selecting a 90% confidence level regardless of the data and objective function) can be very conservative out-of-sample, while those corresponding to the ambiguity parameter that optimizes an estimate of the out-of-sample expected reward (e.g., via the bootstrap) with no regard for the variance are often insufficiently robust. It turns out that considering the variance in the calibration of the parameters of DRO is essential. This is a joint work with Michael J. Kim (UBC, Canada) and Andrew E.B. Lim (NUS, Singapore).