オペレーションズリサーチ　期末試験問題　２００６年2月１４日

注意　・すべての答案用紙に学籍番号、氏名、問題番号を忘れずに記入すること。
　　　・答えは結果のみではなく、導出過程も要領よく記述すること。

問題１

ある商品を４ヶ所の工場で生産し、３ヶ所の店舗へ輸送している。ある日の工場での供給量と、店舗での需要量は次の表の通りである。また、各工場から各店舗へ製品を１単位輸送するのに必要な費用はその下の表のようになる。このとき、以下の問いに答えよ。

	工場１	工場２	工場３	工場４
供給量	30	40	30	20

	店舗１	店舗２	店舗３
需要量	40	20	60

輸送費用	店舗１	店舗２	店舗３
工場１	3	5	12
工場２	10	6	10
工場３	7	7	9
工場４	10	3	6

1. 総輸送費用が最小となるような手段を求める問題を、輸送問題として定式化せよ。
2. 北西隅の方法により実行可能基底解をつくれ。
3. 2. で求めた実行可能基底解を初期解として、ネットワークを使ったシンプレックス法を実行し、最適解を求めよ。　ヒント：一回程度の反復で終了する

問題２

1. 全域森であるが木ではない例を一つ挙げよ。まず全体のグラフを設定してから、そのようなものを例示するように。
2. ３行３列で整合度が０となる一対比較行列を一つ挙げよ。また、その行列の整合度を実際に計算してみよ。

裏面へ続く

問題３

倉庫にA, B, C, D, Eの５つの商品がある。それぞれの重量は順番に 500kg, 600kg, 500kg, 300kg, 500kg であり、売れたときの利益は 90 万円, 150 万円, 110 万円, 60 万円, 120 万円である。積載重量が 1000kg のトラックがあり、なるべく利益が多くなるように商品を運搬したい。このとき、以下の問いに答えよ。

1. この問題をナップザック問題として定式化せよ。
2. 一般の分枝限定法において、限定操作が可能となる状況を全て挙げよ。
3. この問題の最適解を分枝限定法により求めよ。「利益／重量」の大きい順に分枝するとよい。

問題４

DMU_1 から DMU_n まで n 個の事業体がある。事業体 DMU_j $(j=1,2,\cdots,n)$ に対して、m 個の入力データからなるベクトル $\boldsymbol{x}_j \in \Re^m$ と s 個の出力データからなるベクトル $\boldsymbol{y}_j \in \Re^s$ が知られている。このとき、事業体 DMU_o の D 効率値は、$\boldsymbol{v} \in \Re^m, \boldsymbol{u} \in \Re^s$ を変数とする次の分数計画問題の最適値として定義されている。

$$
\begin{array}{ll}
\max & \dfrac{\boldsymbol{u}^T \boldsymbol{y}_o}{\boldsymbol{v}^T \boldsymbol{x}_o} \\
\text{s.t.} & \dfrac{\boldsymbol{u}^T \boldsymbol{y}_j}{\boldsymbol{v}^T \boldsymbol{x}_j} \leq 1 \quad (j=1,2,\cdots,n), \quad \boldsymbol{u} \geq \boldsymbol{0}, \quad \boldsymbol{v} \geq \boldsymbol{0}.
\end{array}
$$

この問題の最適値が、次の線形計画問題の最適値と一致することを説明せよ。なお、$\theta \in \Re$, $\lambda_j \in \Re$ $(j=1,2,\cdots,n)$ は変数である。

$$
\begin{array}{ll}
\min & \theta \\
\text{s.t.} & \theta \boldsymbol{x}_o - \displaystyle\sum_{j=1}^{n} \lambda_j \boldsymbol{x}_j \geq \boldsymbol{0}, \quad \boldsymbol{y}_o - \displaystyle\sum_{j=1}^{n} \lambda_j \boldsymbol{y}_j \leq \boldsymbol{0}, \\
& \lambda_j \geq 0 \quad (j=1,2,\cdots,n).
\end{array}
$$

ヒント：線形計画問題に帰着させ双対をとる