

- 解答上の注意
- ・すべての答案用紙に学籍番号、氏名、問題番号を忘れずに記入すること。
  - ・ $n$ 枚目の問題用紙には問題  $n$  の解答を書くこと ( $n = 1, \dots, 4$ )。
  - ・答えは結果のみではなく、導出過程も丁寧に記述すること。
  - ・上記注意および問題の指示に従わない解答は減点するか、採点しない。

## 問題 1：線形計画法

次の線形計画問題について、以下の問いに答えよ。

$$\begin{array}{ll}
 \text{最小化} & z = x_1 + 3x_2 + x_3, \\
 \text{制約条件} & 2x_1 - 5x_2 + x_3 + x_4 = -5, \\
 & -2x_1 + x_2 - 2x_3 - x_5 = -4, \\
 & x_i \geq 0 \quad (1 \leq i \leq 5).
 \end{array} \tag{1}$$

1. 問題 (1) に関する人工問題を作り、それを解くことにより問題 (1) の実行可能基底解を 1 つ求めよ。
2. 2. で求めた実行可能基底解を初期点としてシンプレックス法を実行し、問題 (1) の最適解および最適値を求めよ。
3. 問題 (1) の双対問題を求めよ。
4. 問題 (1) の双対問題の最適解を求めよ。

## 問題 2：線形計画法

2 制約 5 変数の等式標準形線形計画問題の辞書

$$\begin{array}{ll}
 \text{最小化} & z = \tilde{z} + \tilde{c}_1 x_1 + \tilde{c}_2 x_2 + \tilde{c}_3 x_3, \\
 \text{制約条件} & x_4 = \tilde{b}_4 + \tilde{a}_{41} x_1 + \tilde{a}_{42} x_2 + \tilde{a}_{43} x_3, \\
 & x_5 = \tilde{b}_5 + \tilde{a}_{51} x_1 + \tilde{a}_{52} x_2 + \tilde{a}_{53} x_3, \\
 & x_i \geq 0 \quad (1 \leq i \leq 5),
 \end{array}$$

が与えられている。このとき、次の問いに答えよ。

1.  $\tilde{b}_4 < 0$ ,  $\tilde{a}_{41} \leq 0$ ,  $\tilde{a}_{42} \leq 0$ ,  $\tilde{a}_{43} \leq 0$  となるとき、この問題の 双対問題 の状態としてあり得ないのは、最適解を持つ、非有界である、実行不能である、のどれか。1 つ選び理由とともに答えよ。
2.  $\tilde{b}_4 \geq 0$ ,  $\tilde{b}_5 \geq 0$ ,  $\tilde{a}_{42} \geq 0$ ,  $\tilde{a}_{52} \geq 0$ ,  $\tilde{c}_2 < 0$  のとき、この問題の 双対問題 の状態は、最適解をもつ、非有界である、実行不能である、のどれか。1 つ選び理由とともに答えよ。

### 問題 3 : 2 次計画法

$\mathbb{R}^2$  上の関数  $f(x_1, x_2) = x_1^2 + 4x_2^2$  を考える . 直線  $2x_1 + 3x_2 = 1$  と第 1 象限  $\{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \mid x_1 \geq 0, x_2 \geq 0\}$  との共通部分にある点で , 関数  $f(x_1, x_2)$  の値が最小になる点を求めたい . このとき , 以下の問いに答えよ .

1. この問題を 2 次計画問題として定式化せよ .
2. 1 の問題の双対問題を求めよ .
3. 1 の問題の最適性条件を求めよ .
4. 3 の最適性条件を満たす点を求めよ .

### 問題 4 : 非線形最適化

$\mathbb{R}^2$  における関数  $g(x_1, x_2) = x_1^2 - 2x_1x_2 + \frac{1}{3}x_2^3 - \frac{1}{2}x_2^2$  を考える . このとき , 以下の問いに答えよ .

1.  $g$  の局所最小解であるための 1 次の必要条件を満たす点をすべて求めよ .
2. 1 . で求めた点が  $g$  の局所最小解であるための 2 次の必要条件及び十分条件を満たすか調べよ .
3. 点  $(2, 2)$  における最急降下方向を求めよ .
4. 点  $(2, 2)$  からニュートン法を実行したときの 1 反復後の点を求めよ .