

数理工学第一 中間試験問題 2004年6月1日

- 注意： ・それぞれの問題ごとに1枚の答案用紙を使用すること。  
・すべての答案用紙に学籍番号、氏名、問題番号を忘れずに記入すること。

問題1

1. 命題  $p$  と命題  $q$  と命題  $r$  からなる複合命題  $(p \vee q) \wedge \neg(q \wedge r)$  の真偽表を書け。
2. 命題関数  $P(x), Q(x)$  が与えられている。以下の中から、命題  $\forall x, P(x) \rightarrow Q(x)$  の否定となっているものを全て選び、その理由を簡単に述べよ。

- $\forall x, \neg P(x) \wedge Q(x)$
- $\forall x, P(x) \vee \neg Q(x)$
- $\exists x, P(x) \wedge \neg Q(x)$
- $\exists x, \neg P(x) \vee Q(x)$

問題2

1.  $f: A \rightarrow B$  を写像とし、 $P_1, P_2$  は  $A$  の部分集合とする。このとき、 $f(P_1 - P_2) \subset f(P_1 \cup P_2) \cap f(A - P_2)$  となることを示せ。
2.  $A$  の部分集合族  $\{P_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  に対して、 $\bigcup_{k=1}^{\infty} \bigcap_{n=k}^{\infty} P_n \subset \bigcap_{k=1}^{\infty} \bigcup_{n=k}^{\infty} P_n$  となることを示せ。

問題3

$\mathbb{R}$  から  $\mathbb{R}$  への写像  $f$  を  $f(x) = |1 - x| - 1$  として定める。 $\mathbb{R}$  の任意の元  $x$  と  $y$  に対し、 $f \circ f(x) - f \circ f(y) = 0$  が成り立つとき  $xTy$  として関係  $T$  を定義する。このとき次の問いに答えよ。

1. 合成写像  $f \circ f$  が単射であるかどうか、ならびに全射であるかどうかを理由を付けて答えよ。
2. 関係  $T$  が  $\mathbb{R}$  における同値関係となることを示せ。
3. 元 1 の同値類を求めよ。

問題4

実数全体の集合において、その部分集合  $M = \left\{ \frac{2 + \cos n}{2 + n} \mid n = 0, 1, 2, \dots \right\}$  を考える。部分集合  $M$  の最小元と下限はどのようなものであるか、定義に基づいて 説明せよ。