数値的最適化特論 小テスト

2010 年 水野 眞治 （東京工業大学）

第 1 回 (4 月 12 日): 次の主問題

$$\begin{array}{lrcl} \min & -x_1 - x_2 & & \\ \text{subject to} & 2x_1 + x_2 & \leq & 3 \\ & x_1 + 2x_2 & \leq & 3 \\ & x_1 & \geq & 0 \\ & x_2 & \geq & 0 \end{array}$$

の双対問題を求めよ，またその双対問題の双対問題を求め，主問題と一致することを確かめよ.

第 2 回 (4 月 26 日): 1 章で解説した主問題と双対問題の関係を使って、2 章で扱う等式標準形線形計画問題の双対問題が双対等式標準形線形計画問題となることを示せ.

第 3 回 (5 月 18 日): 多面体

$$\Omega = \{(x_1, x_2, x_3) | 2x_1 + x_2 + x_3 \leq 2, x_1 + x_2 + x_3 \geq 1, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0\}$$

を図示し，そのファセット，稜，頂点，面がそれぞれいくつあるか調べよ.

第 4 回 (5 月 17 日): 次の線形計画問題

$$\begin{array}{lrcl} \min & x_1 + x_2 & & \\ \text{subject to} & 2x_1 + x_2 - x_3 & = & 3 \\ & x_1 + 2x_2 - x_4 & = & 3 \\ & (x_1, x_2, x_3, x_4) & \geq & 0 \end{array}$$

の主問題と双対問題の基底解をすべて求め、その実行可能性を調べることにより，最適解を求めよ.

第 5 回 (5 月 31 日): 次の最適化問題

$$\begin{array}{lrcl} \min & 2d_1 + d_2 + d_3 & & \\ \text{subject to} & d_1 + d_2 + 2d_3 & = & 0 \\ & \|(d_1, d_2, d_3)\| & \leq & 1 \end{array}$$

の解 (d_1, d_2, d_3) を求めよ.

第 6 回 (6 月 7 日): 次の線形計画問題

$$
\begin{array}{ccc}
\min & x_1 - 2x_2 + 2x_3 + x_4 & \\
\text{subject to} & x_1 - 2x_2 + x_3 & = 0 \\
& x_1 + x_2 + x_3 + x_4 & = 4 \\
& (x_1, x_2, x_3, x_4) & \geq 0
\end{array}
$$

に対して，初期内点 $(1,1,1,1)$ から Karmarkar 法を適用したときの 1 反復後の点を計算せよ．ただし，ステップサイズ $\alpha = 1$ とする．

第 7 回 (6 月 21 日): 線形計画問題の主問題

$$
\begin{array}{ccc}
\min & 2x_1 + x_3 & \\
\text{subject to} & x_1 + 2x_2 + x_3 & = 3 \\
& (x_1, x_2, x_3) & \geq 0
\end{array}
$$

とその双対問題

$$
\begin{array}{ccc}
\max & 3y & \\
\text{subject to} & y + z_1 & = 2 \\
& 2y + z_2 & = 0 \\
& y + z_3 & = 1 \\
& (z_1, z_2, z_3) & \geq 0
\end{array}
$$

に初期点 $(x_1, x_2, x_3) = (1, 1/2, 1)$ と $(y, z_1, z_2, z_3) = (-1, 3, 2, 2)$ から主双対アフィンスケーリング法を適用したときの 1 反復後の点を求めよ。ただし、ステップサイズ $\alpha = 1/2$ とする。

第 8 回 (6 月 28 日): 線形計画問題の主問題

$$
\begin{array}{ccc}
\min & 2x_1 + x_3 & \\
\text{subject to} & x_1 + 2x_2 + x_3 & = 3 \\
& (x_1, x_2, x_3) & \geq 0
\end{array}
$$

とその双対問題

$$
\begin{array}{ccc}
\max & 3y & \\
\text{subject to} & y + z_1 & = 2 \\
& 2y + z_2 & = 0 \\
& y + z_3 & = 1 \\
& (z_1, z_2, z_3) & \geq 0
\end{array}
$$

に初期点 $(x_1, x_2, x_3) = (1, 1/2, 1)$ と $(y, z_1, z_2, z_3) = (-1, 3, 2, 2)$ から主双対パス追跡法を適用したときの 1 反復後の点を求めよ。ただし、$\gamma = 1/2$，$\alpha = 1/2$ とする。

第 9 回 (7 月 5 日): 線形計画問題の主問題

$$\begin{array}{lrcl} \min & 2x_1 + x_3 & & \\ \text{subject to} & x_1 + 2x_2 + x_3 & = & 3 \\ & (x_1, x_2, x_3) & \geq & 0 \end{array}$$

とその双対問題

$$\begin{array}{lrcl} \max & 3y & & \\ \text{subject to} & y + z_1 & = & 2 \\ & 2y + z_2 & = & 0 \\ & y + z_3 & = & 1 \\ & (z_1, z_2, z_3) & \geq & 0 \end{array}$$

に初期点 $(x_1, x_2, x_3) = (1, 1, 1)$ と $(y, z_1, z_2, z_3) = (0, 2, 2, 2)$ から主双対パス追跡法 (インフィージブル内点法) を適用したときの 1 反復後の点を求めよ。ただし、$\gamma = 1/2,\ \alpha = 1/2$ とする。