

年金数理 レポート問題 解答例  
(2017年8月7日(月) 締め切り(厳守))  
工学院 経営工学コース専攻事務室(西9-433)に提出

注意:

- ①解答用紙のサイズはA4とする。ワープロからの出力でも可。
- ②記述問題においてホームページなどのファイルからの電子的・物理的コピーは不可。必ず自分の言葉で記述すること。(コピー&ペーストが判明した場合は**不合格**とする。)
- ③**不正行為**が判明した場合は**不合格**とする。他人の解答をコピーしたことが判明した場合は、両名を不合格とする。共同制作も不可。(c.f. 企業のみならず学界でもコンプライアンス重視)
- ④レポート作成は授業の一環であり、**全問**回答すること。(c.f. 欧米のみならずアジアの大学の多くでは授業のたびに毎回宿題を出して解くことを義務付けている)
- ⑤試験は三部(I、II、III)からなるが、採点を3名の教員で分担するため、解答用紙を必ず改ページすること。
- ⑥レポートの各ページ、すべてに学籍番号と氏名を必ず記入すること。  
(例:ワード等を使用する場合はヘッダーを用いることができる)

- I. 公的年金は(原則)物価スライドが実施され実質価値が維持される。平成16年改正で少子化・高齢化を考慮したマクロ経済スライド(物価上昇率等がプラスのとき)制が導入された。昨年の法改正でさらにこれが強化されることとなった。全国民共通の基礎年金までマクロ経済スライドが実施されることの是非について「400字以内」で自分の考えをのべよ。

(省略)

II. (ここから解答用紙を改ページ)

1. 以下の空欄を埋めなさい。

(1) 我が国の公的年金、特に基礎年金には20歳以上60歳未満の(①**日本国民**)は(②**学生**)を含め(③**全員**)この制度に(④**加入**)し、(⑤**保険料**)を原則(⑥**40**)年間納める義務がある。

(2) 現在約(⑦**4,000**)万人の年金受給者に国の税収と同額の約(⑧**55**)兆円の給付が毎年支払われている。高齢者の約(⑨**6~7**)割の方々はこの(⑩**年金収入**)だけで生活している。

(3) 財政検証では、年金資産と(⑪**責任準備金**)の額を比較し、剰余金や(⑫**不足金**)

の発生要因を分析することによって、掛金の妥当性を検証し、ひいてはその前提となる（⑬計算基礎率）の妥当性を検証する。

（４）Trowbridge モデルを想定した場合、加入年齢方式・単位積立方式・退職時年金現価積立方式の中で、制度全体の 1 年あたりの掛金額が最も大きいのが（⑭退職時年金現価積立方式）であり、最も小さいのが（⑮加入年齢方式）である。

上記は解答例であり、例えば

- ①「日本居住者」等も正答とした。
- ②「未就労者」「在日外国人」「公務員」「自営業者」等も正答とした。
- ③「必ず」等も正答とした。

## 2. 次の問いに答えなさい。

（１）以下の表の空欄を埋めて生命表を完成させなさい。生存数、死亡数は小数点以下第 1 位を四捨五入し、死亡率、生存率は小数点以下第 6 位を四捨五入し求めなさい。

年齢（歳）	生存数（人）	死亡数（人）	死亡率	期末生存率
60	1,000	20	0.02	0.98000
61	980	20	0.02	0.96040
62	960	19	0.02	0.94119
63	941	19	0.02	0.92237
64	922	18	0.02	0.90392

（２）次の条件で 60 歳の年金受給者一人当たりの年金現価を計算しなさい。（計算過程を書くこと。なお、年金現価は小数点以下第 1 位を四捨五入して求めなさい。）

予定利率は 3%、年金開始は 60 歳とし、受給者の生存を条件に 5 年間にわたり年金を支払う。なお、生死は（１）の生命表に基づくものとする。

年金を払うのは年 1 回とし、期初に支払うものとする。

金額は、1 年目から 5 年目まで一律 10 円とする。

（解答例）

$$\begin{aligned}
&10 \times 1 \times (1/1.03)^{(60-60)} \\
&+ 10 \times .98000 \times (1/1.03)^{(61-60)} \\
&+ 10 \times 0.9604 \times (1/1.03)^{(62-60)} \\
&+ 10 \times 0.94119 \times (1/1.03)^{(63-60)} \\
&+ 10 \times 0.92237 \times (1/1.03)^{(64-60)} = 45.4 \rightarrow 45 \text{ 円}
\end{aligned}$$

(3) 上記計算で、

- ① 死亡率の前提が低くなった場合
- ② 予定利率の前提が低くなった場合

のそれぞれについて、計算結果はどのように変わるか、理由も含めて素人にもわかりやすく説明しなさい。

(解答例)

- ① 死亡率の前提が低くなれば将来支給される年金額の見込みが増えるため、年金現価は大きくなる。
- ② 予定利率前提が低くなれば将来の年金の見込み金額を割り引く度合いが小さくなるため、年金現価は大きくなる。

(注意点) 「現価」を「原価」と誤記する答案が目立った。注意されたい。

### 3. 以下の条件で退職給付債務を計算しなさい。

(万円単位に四捨五入、計算過程も書くこと)

○制度内容

退職時に(退職時給与×支給率)の退職一時金を支払う。支給率は下表の通りとする。  
(57歳未満無給付)

○加入者

現在ちょうど45歳、勤続20年の加入者について計算する。

○計算基礎

- ・割引率は2.5%とする。
- ・脱退率と予定給与は下表の通りとする。死亡退職はないものとする。
- ・退職は年度末に起こるものとする。
- ・期末時点で期末の債務を見積もる。
- ・期間定額基準で債務を評価する。

年齢	勤続	脱退確率	給与	支給率
57歳	32年	0.30	36万円	16.0
58歳	33年	0.20	37万円	16.5
59歳	34年	0.00	37万円	17.0
60歳	35年	0.50	37万円	35.0

(解答例)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
退職 予定年齢	退職時 勤続年数	現在の 勤続年数	退職時 給与	退職時 支給率	退職時 見積もり 額	退職 確率	退職給付 見込み額	期末までに 発生してい ると認めら れる額	退職まで の年数	割引係数	割引され た額
					④×⑤		⑥×⑦	⑧× (③÷②)		$1/(1+2.5\%)^{⑩}$	
57	32	20	360,000	16	5,760,000	0.3	1,728,000	1,080,000	12	0.74356	803,040
58	33	20	370,000	16.5	6,105,000	0.2	1,221,000	740,000	13	0.72542	536,811
59	34	20	370,000	17	6,290,000	0	0	0	14	0.70773	0
60	35	20	370,000	35	12,950,000	0.5	6,475,000	3,700,000	15	0.69047	2,554,723
										退職給付債務 (⑫の合計)	3,894,574

### Ⅲ. 以下の問いに答えなさい (ここから解答用紙を改ページ)

1. ある投資家が、資金 1,000 万円を持っており、証券 A と証券 B および安全資産に投資することを考えている。証券 A と証券 B および 安全資産の期待リターン、リスク (標準偏差で測定するものとする) および相関係数が以下の表のとおりである。

この場合に、証券 A と証券 B を組み合わせて、リスクが最小となるポートフォリオを構築したい。この場合の、証券 A に対する投資額を求めよ。(万円単位で、小数点以下第 2 位を四捨五入して第 1 位まで、すなわち×××.×万円の形で解答のこと)

	期待リターン	リスク	相関係数
証券 A	10%	24%	△0.3
証券 B	5%	12%	
安全資産	1.5%	0%	

(解答例)

証券 A のウェイトを  $w_A$  とすると、証券 B のウェイトは  $1-w_A$  だから、  
リスクは、証券 A のリスクを  $\sigma_A$ 、証券 B のリスクを  $\sigma_B$  として、証券 A と証券 B を組み合わせたポートフォリオ 1 単位のリスクを  $\sigma$ 、相関係数を  $\rho$  とすると、

$$\sigma^2 = \sigma_A^2 w_A^2 + \sigma_B^2 (1-w_A)^2 + 2\rho \sigma_A \sigma_B w_A (1-w_A)$$

これを  $w_A$  について整理すると

$$\sigma^2 = (\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\rho \sigma_A \sigma_B) w_A^2 + (-2\sigma_B^2 + 2\rho \sigma_A \sigma_B) w_A + \sigma_B^2$$

これから  $\sigma^2$  を最小にする  $w_A$  は、

$$w_A = \frac{\sigma_B^2 - \rho \sigma_A \sigma_B}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\rho \sigma_A \sigma_B}$$

$$= \frac{0.12^2 - (-0.3) \times 0.24 \times 0.12}{0.24^2 + 0.12^2 - 2 \times (-0.3) \times 0.24 \times 0.12}$$

$$= 0.2581 \rightarrow \text{したがって、⑦は 258.1 (万円)}$$

2. ある確定給付企業年金の給付現価は 60 億円、年金資産の時価は 50 億円あり、その資産構成は以下のとおりである。

国内債券	15 億円
国内株式	15 億円
外国債券	5 億円
外国株式	5 億円
一般勘定	9 億円
短期資産	1 億円
その他資産	0 億円

この確定給付企業年金について、2017 年 1 月 1 日から施行の法改正で設定可能となったリスク対応掛金算出のための「将来発生するリスク」（第 13 回講義資料 31 頁の③に対応）を求めよ。

(解答例) テキスト 31 頁の表の資産額の数値を差し替えると以下のとおりとなり、12 億円が将来発生するリスクである。

								(金額単位： 億円)	
資産区分	国内債券	国内株式	外国債券	外国株式	一般勘定	短期資産	合計	その他資産	資産合計
資産額	15	15	5	5	9	1	50	0	50
所定の係数	5%	50%	25%	50%	0%	0%			
資産額×所定の係数の額	0.75	7.5	1.25	2.5	0	0	12	× 1	12

3. CAT ボンド (大災害債券) のリスクを簡潔に述べよ。

(解答例) 大災害発生時に、利払いがされずまたは元本が棄損する可能性がある。高い手数料を払っている可能性がある。(いずれかの論点を書けていれば良い)

以上