

2005年度 品質管理試験問題

- * 1問ごとに別の解答用紙を使用せよ。
- * 持ち込み可（人に迷惑をかけないもの以外）
- * なるべく全問解答せよ。

1. TQM、SQCに関する次の用語を簡単に説明せよ。

- (1) 源流管理
- (2) 事実に基づく管理
- (3) 層別因子
- (4) 工程能力
- (5) 3シグマの原則

2. 多変量解析に関する次の文章の中に、適当と思われる用語、数値を挿入せよ。

ある品質特性 y に影響を与えていると思われる20の製造条件について、50サンプル分の50×20のデータがある。 y と製造条件の関係を重回帰分析により解析することにした。その結果、品質特性と製造条件（変数）の関係をあらわす(a)が、理論的知見と異なるものが見られた。これは説明変数間の(b)が大きいとき、少しの誤差でも(a)の値が大きく変化する(c)という現象に起因したものと考えられる。

そこで製造条件の20の変数間の関係を調べるために(d)を行った。その結果、固有値が1以上の主成分は3つあり、それぞれ7.2, 4.4, 1.4であった。これより3つの成分で変数全体のバラツキを説明出来る割合、すなわち(e)は、(f)%であることを意味している。

これらの3つの主成分をそれぞれ代表する変数として、重み係数が一番大きい変数をそれぞれ選択し、この3変数を説明変数とする重回帰分析を行い、回帰による変動（平方和）は150.0で、回帰からの変動は50.0となった。その結果、3つの変数で品質特性のバラツキを説明できる割合、すなわち、重相関係数の2乗は(g)となる。これにより、理論的にも整合性をもつ結果を得ることができたが、さらに説明力を高めるために(h)を行って、得られた回帰モデルから乖離の大きいサンプルに着眼し、追加すべき説明変数の検討を行うことにした。

3. 異なる2つの設計での紙ヘリコプターの飛行時間を比較する目的で、繰返し数 n の完全無作為化実験を行ったとする。得られたデータを

設計1 : $y_{11}, y_{12}, \dots, y_{1n}$

設計2 : $y_{21}, y_{22}, \dots, y_{2n}$

とする。さて、2つの設計間でデータの等分散性を仮定すると、平均飛行時間の差の検定は t 検定で行うことができる。一方で、水準数 $a = 2$ の一元配置データと見ると F 検定も適用可能である。このとき、両者は等価で統計量の間には $t^2 = F$ の関係があることを示せ。

4. 2水準因子 A と3水準 B の組合せで出来る6条件を考える。 $A_i B_j$ における実験特性値の母平均を μ_{ij} とし、その値が下表のように与えられているとする。この μ_{ij} を

$$\mu_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij}$$

と分解したときの右辺の母数の値を示せ。ただし

$$\sum_i \alpha_i = \sum_j \beta_j = \sum_i (\alpha\beta)_{ij} = \sum_j (\alpha\beta)_{ij} = 0$$

の制約があるとする。

	B_1	B_2	B_3
A_1	2	4	6
A_2	4	4	4

5. L16 直交配列表に次の主効果と交互作用を割り付けたい。ただし、割り付けないその他の交互作用についても存在を否定できないので、それらが割り付けた主効果とは交絡しないようにしたい。割り付けを示せ。

A, B, C, D, E, F, G, A×B, A×C, B×F, D×E, F×G

解答例

1. TQM、SQCに関する次の用語を簡単に説明せよ。

(1) 源流管理：製品ライフサイクルの源流、すなわち設計・開発の段階で品質やコストのつくり込みを行うこと。

(2) 事実に基づく管理：事実を良く観察し、そこから(仮説を生成し)データを収集し、分析することによって問題解決を図るSQCのもととなる考え方。類似語に3現主義がある。

(3) 層別因子：ある属性を構成する層について、層内は均一で層間は異なるような問題解決に有効な属性や変数。

(4) 工程能力：工程が良品を作り出す能力。これを指数化したものが工程能力指数で、規格の幅をバラツキの大きさを除したもので、大きいほど望ましい。

(5) 3シグマの原則：管理図の管理限界線の設定するルールで、プロットする統計値の3シグマに設定することで、第1種の誤りを小さく抑えるもの。

2. 多変量解析に関する次の文章の中に、適当と思われる用語、数値を挿入せよ。

ある品質特性 y に影響を与えていると思われる20の製造条件について、50サンプル分の 50×20 のデータがある。 y と製造条件の関係を重回帰分析により解析することにした。その結果、品質特性と製造条件(変数)の関係をあらわす(偏回帰係数)が、理論的知見と異なるものがいくつか見られた。これは説明変数間の(相関)が大きいとき、少しの誤差でも(偏回帰係数)の値が大きく変化する(多重共線性)という現象に起因したものと考えられる。

そこで製造条件の20の変数間の関係を調べるために(主成分分析)を行った。その結果、固有値が1以上の主成分は3つあり、それぞれ7.2, 4.4, 1.4であった。これより3つの成分で変数全体のバラツキを説明出来る割合、すなわち(寄与率)は、(60)%であることを意味している。

これらの3つの主成分をそれぞれ代表する変数として、重み係数が一番大きい変数をそれぞれ選択し、この3変数を説明変数とする重回帰分析を行い、回帰による変動(平方和)は150.0で、回帰からの変動は50.0となった。その結果、3つの変数で品質特性のバラツキを説明できる割合、すなわち、重相関係数の2乗は(0.75)となる。これにより、理論的にも整合性をもつ結果を得ることができたが、さらに説明力を高めるために(残差分析)を行って、得られた回帰モデルから乖離の大きいサンプルに着眼し、追加すべき説明変数の検討を行うことにした。

3. 基本統計量を

$$\bar{y}_1 = \sum_{j=1}^n y_{1j} / n, \quad \bar{y}_2 = \sum_{j=1}^n y_{2j} / n, \quad \bar{y} = (\bar{y}_1 + \bar{y}_2) / 2$$

$$S_1 = \sum_{j=1}^n (y_{1j} - \bar{y}_1)^2, \quad S_2 = \sum_{j=1}^n (y_{2j} - \bar{y}_2)^2, \quad S = S_1 + S_2$$

$$V = S / (2n - 2)$$

とすると、平均値の差の検定における t 検定統計量は

$$t = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}{\sqrt{2V/n}}$$

である。一方、水準数 2 の一元配置データとみなしたときの F 検定統計量は

$$F = \frac{n \sum_{i=1}^2 (\bar{y}_i - \bar{y})^2}{V}$$

と書ける。ここで水準数が 2 であることより、 F の分子は

$$\begin{aligned} n[(\bar{y}_1 - \bar{y})^2 + (\bar{y}_2 - \bar{y})^2] &= n \left[\left(\bar{y}_1 - \frac{\bar{y}_1 + \bar{y}_2}{2} \right)^2 + \left(\bar{y}_2 - \frac{\bar{y}_1 + \bar{y}_2}{2} \right)^2 \right] \\ &= \frac{n}{2} (\bar{y}_1 - \bar{y}_2)^2 \end{aligned}$$

と書き換えられる。これより直ちに、 $t^2 = F$ の関係を得る。

4.
$$\mu = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^3 \mu_{ij} / 6 = 4$$

$$\alpha_1 = \mu_{1\cdot} - \mu = 4 - 4 = 0, \quad \alpha_2 = -\alpha_1 = 0$$

$$\beta_1 = \mu_{\cdot 1} - \mu = 3 - 4 = -1, \quad \text{同様にして } \beta_2 = 0, \quad \beta_3 = 1$$

$$(\alpha\beta)_{11} = \mu_{11} - \mu_{1\cdot} - \mu_{\cdot 1} + \mu = 2 - 4 - 3 + 4 = -1$$

$$\text{同様にして } (\alpha\beta)_{12} = 0, \quad (\alpha\beta)_{13} = 1, \quad (\alpha\beta)_{21} = 1, \quad (\alpha\beta)_{22} = 0, \quad (\alpha\beta)_{23} = -1$$

5. 任意の 2 因子交互作用がいかなる主効果とも交絡しないように、因子を後半列に割り付けることにする。このときたとえば次の割り付けを得る。

A 列 8, B 列 9, C 列 10, D 列 11, E 列 13, F 列 12, G 列 15

このとき検出したい交互作用は次の列に現れる。

A×B 列 1, A×C 列 2, B×F 列 5, D×E 列 6, F×G 列 3

この他、奇数列のみに割り付ける方針でも解が得られる。