

2006 年度確率モデル 中間試験

・テキスト，ノート，電卓持込可．解答は結果だけでなく導出経過を要領よく記述せよ．

1. 区別のできない 5 個のボールを区別のできない 5 個の箱に入れる.
 - 1) 全部で何通りの入れ方があるか？
 - 2) 各ボールはたがいに独立に各箱へ $1/5$ の確率で入るとして， $(2, 2, 1, 0, 0)$ という結果が得られる確率を求めよ.
2. ある疾患の患者 200 人と健常者 200 人に対して，両親のいずれかがその疾患になった経験の有無を尋ねたところ，次の表のようになった.

	親の疾患あり	親の疾患なし	計
患者	150	50	200
健常者	25	175	200

国内におけるその疾患患者の割合は 0.5% である．このとき，その疾患になった経験のある親から生まれる子供もその疾患になる条件付き確率を推定せよ．

3. $n = 100$, $p = 0.5$ の 2 項分布にしたがう確率変数 X が $X \in \{48, 49, 50, 51, 52\}$ となる確率を，正規分布に近似して（平均と分散を合わせて）求めよ．なお， n が十分大きいとき，2 項分布が正規分布でよく近似できることは中心極限定理として知られている（2007 年 1 月 9 日講義予定）.

4. 整流 2 次関数 $f(x) = x(\pi - x)$ （定義域は $0 \leq x \leq \pi$ とする）は

$$f(x) = \frac{\pi^2}{6} - \left(\frac{\cos 2x}{1^2} + \frac{\cos 4x}{2^2} + \frac{\cos 6x}{3^2} + \dots \right)$$

とフーリエ級数展開されることが知られている（数理工学第 2 の最終回で演習予定）.

- 1) 正の整数値をとる確率変数 X の確率関数が

$$p(x) = c \frac{1}{x^2} \quad (x = 1, 2, 3, \dots)$$

で与えられるとき，上の事実を利用して，定数 c の値を求めよ.

- 2) このときの X の平均を求めよ.