

2001年度 統計工学 期末試験問題

学籍番号

氏名

- [1] 自由度 n の χ^2 分布の確率密度関数は次式で与えられる。

$$f(x) = \frac{1}{2^{n/2} \Gamma(n/2)} x^{n/2-1} e^{-x/2}$$

これより、自由度 2 の χ^2 分布は平均 2 の指数分布であることがわかる。(1) = 1 である。
この性質を利用して、自由度 6 の χ^2 分布に従う確率変数を区間(0,1)の一様乱数から効率的に生成する方法を述べよ。

また、自由度 7 の χ^2 分布に従う確率変数の場合はどうすればよいか。

[2] 2つの正規母集団からそれぞれ独立な $n = 10$ の下記データを得た。

母集団1 : 19.0 19.3 18.9 19.4 18.2 18.1 19.0 17.8 19.2 18.4

母集団2 : 17.6 18.0 18.1 18.5 18.7 17.9 18.4 18.0 18.1 18.8

それぞれの平方和は、 $S_1 = 2.821$ 、 $S_2 = 1.289$ である。等分散性の検定

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

を行ったところ、 $F = 2.19$ で帰無仮説は棄却されない。そこで $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ とみなして、共通の分散 σ^2 に対する信頼率 95% の信頼区間を求めよ。

[3] 単回帰モデル

$$y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

において、誤差 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ が互いに独立に正規分布 $N(0, \sigma^2)$ に従うとする。

このとき、回帰パラメータの最小 2 乗推定値

$$\hat{\beta} = S_{xy} / S_{xx}$$

$$\hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta} \bar{x}$$

が、それぞれ最尤推定値になっていることを示せ。

ヒント： y_i の分布は $N(\alpha + \beta x_i, \sigma^2)$ である ($i = 1, 2, \dots, n$)。

- [4] 回収したビール瓶を洗浄する工場で、瓶に含まれるキズの数を検査している。
1本当たりのキズの数ポアソン分布に従うかどうかを検定したい。
全部で n 本の瓶を検査した結果、次のようなデータが得られたとして、この検定の
手続きを述べよ。

キズの数	0	1	2	3	4	5以上	計
度数	n_0	n_1	n_2	n_3	n_4	0	n

[5] マンション建築における鉄筋工事に投入する鉄筋工の工数を予測する回帰式を作成した。目的変数 y は工数（単位は人・日）、説明変数は消費鉄筋量（単位はトン）を x_1 、延床面積（単位は m^2 ）を x_2 とした。最近の $n = 20$ 実績データより推定された回帰式は次のようになった。

$$\hat{y} = 138.91 + 4.134x_1 - 0.098x_2$$

この回帰式の解釈として、次の3つの文はいずれも誤りである。その理由を述べよ。

- (1) x_1 の係数は 4.134 で、 x_2 の係数 - 0.098 よりも絶対値が大きい。よって、消費鉄筋量の工数への影響は、延床面積の工数への影響よりも大きい。
- (2) x_2 の係数は - 0.098 と負値である。よって、目的変数 y と x_2 の相関係数は必ず負値になっている。
- (3) 定数項 138.91 は、 $x_1 = 0$ 、 $x_2 = 0$ のマンション建築にかかる鉄筋工数の予測値としての意味をもつ。