

2002年度 統計工学 期末試験問題

テキスト、プリント、ノート持ち込み可。電卓使用可。解答は結果だけでなく、導出過程を要領よく記述すること。

1. 平均 θ の指数分布の確率密度関数は

$$f(x) = \frac{1}{\theta} \exp\left[-\frac{x}{\theta}\right]$$

である。 X_1, X_2, \dots, X_n がこの分布にたがいに独立にしたがうとする。

- 1) θ の最尤推定量を求めよ。
- 2) 最大値 $\max\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ の平均を求めよ。

2. 正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ において、帰無仮説 $H_0: \mu = \mu_0$ と、対立仮説 $H_1: \mu \neq \mu_0$ を設

定した。ここで、 σ は未知である。データとして x_1, x_2, \dots, x_n を観測し検定した結果、有意水準 $\alpha = 0.05$ で H_0 は棄却された。このとき、このデータから μ に関する信頼係数 $1 - \alpha = 0.95$ の信頼区間を求めたならば、 μ_0 はこの信頼区間には含まれない。この理由を述べよ。

3. $\sigma = 3$ の正規分布において、 $H_0: \mu = 1$ を $H_1: \mu > 1$ に対して有意水準 $\alpha = 0.05$ で検定する。標本数 $n = 9$ のとき、 $\mu = 2$ での検出力を求めよ。

4. ある高速道路で1年間に起きた追突事故で、運転手が男性のケースについて、運転手の生死とシートベルト着用の有無から分類し、各度数を調べた。このデータからシートベルトの効果を検定せよ。

	生存	死亡
ベルト着用	613	75
未着用	324	98

5. 単回帰モデル $y = \alpha + \beta x + \varepsilon$ で、 ε の分布を $N(0, \sigma^2)$ としたとき、回帰係数 β の最小2乗推定量 $\hat{\beta}$ の分散が

$$V(\hat{\beta}) = \frac{\sigma^2}{S_{xx}}$$

与えられることを証明せよ。ここに S_{xx} は x の平方和である。

統計工学中間試験

テキスト、プリント、ノート持ち込み可。電卓使用可。解答は結果だけでなく、導出過程を要領よく記述すること。

1 . 平均 θ の指数分布の確率密度関数は

$$f(x) = \frac{1}{\theta} \exp\left[-\frac{x}{\theta}\right]$$

である。 X_1, X_2, \dots, X_n がこの分布にたがいに独立にしたがうとする。

- 1) θ の最尤推定量を求めよ。
- 2) 最尤推定量は不偏性をもつか否かを調べよ。
- 3) 十分統計量を示せ。

2 . n 組のデータ (x_i, y_i) ($i = 1, 2, \dots, n$) から求めた標本相関係数 r において、常に $-1 \leq r \leq 1$ が成り立つことを示せ。

3 . 4 つの確率変数 X_1, X_2, X_3, X_4 がたがいに独立に正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ にしたがうとする。

- 1) 線形結合 $Y_1 = X_1 + X_2 + X_3 - X_4$ の平均と分散を求めよ。
- 2) 2 つの線形結合 $Y_1 = X_1 + X_2 + X_3 - X_4$ と $Y_2 = X_1 - X_2 + X_3 - X_4$ との共分散を求めよ。

4 . ある瓶詰製品は内容量が 20.0ml となるように設定されている。最終工程で $n = 10$ のサンプルを抜き取り、内容量を測定した結果、次のデータを得た。

20.3, 20.5, 19.8, 20.2, 20.4, 20.8, 20.7, 20.7, 19.7, 19.9 (ml)

データに正規分布を仮定して、内容量の平均に関する信頼係数 0.95 の信頼区間を求めよ。