

2004 年度 統計工学期末試験問題

テキスト，ノート，プリント持ち込み可．電卓使用可．解答は結果だけでなく，導出過程を要領よく記述すること．

1. $\sigma = 2$ の正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ を仮定し，平均についての帰無仮説と片側対立仮説を

$$H_0: \mu = 1$$

$$H_1: \mu > 1$$

と設定し，有意水準 $\alpha = 0.05$ の仮説検定を行う．標本数は $n = 16$ とする．
真の値が $\mu = 2$ のときの検出力を求めよ．

2. $n = 40$ 組の中古物件データに対して，次の 2 通りの回帰分析を行った．

1) 価格を目的変数、面積を説明変数にした単回帰分析

2) 価格を目的変数、面積と徒歩時間を説明変数にした重回帰分析

1)での面積の回帰係数は 30.3 (万円 / m^2) で，2)での面積の偏回帰係数は 38.3 (万円 / m^2) となった．1)での回帰係数と 2)での偏回帰係数について，それぞれの意味を説明し，これらの値が食い違う理由を考察せよ．ちなみに，面積と徒歩時間の相関係数は 0.684 であった．

3. ある機械部品を $n = 10$ 個用意し，定数打ち切り方式の寿命試験を行った．打ち切り個数は $r = 8$ である．得られた寿命データは下記の通りである．

0.9 1.3 2.0 2.5 2.9 3.3 3.8 4.4 ($\times 10^3$ 時間)

添付されたワイブル確率紙を用いて解析し，平均寿命を推定せよ。

4. 「世界の中心で，愛を叫ぶ」と「冬のソナタ」のいずれも鑑賞した男子学生 100 人に，2 作品の感想を次の 3 段階で回答してもらった．

a : 感動した b : まずまず c : 外した

この回答結果を下記のような 2 元分割表にまとめた．これより 2 作品への回答の独立性の検定を行え．

		セカチュー			計
		a	b	c	
冬ソナ	a	18	4	3	25
	b	8	12	6	26
	c	6	30	13	49
計		32	46	22	100

基準解答

1. 片側検定なので、棄却域は

$$\bar{X} > \mu_0 + 1.645 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1 + 1.645 \frac{2}{\sqrt{16}}$$

である。 $\mu_1 = 1$ のときに上の不等式が成り立つ確率は

$$P\left\{\frac{\bar{X} - \mu_1}{\sigma/\sqrt{n}} > \frac{\mu_0 - \mu_1}{\sigma/\sqrt{n}} + 1.645 = -0.355\right\} = 0.64$$

2. このデータでは、面積と徒歩時間に正の相関がある。よって、面積の大きな物件は徒歩時間も大きい傾向にある。そのため、面積のみを説明変数にした 1)の単回帰分析では、面積の回帰係数に、面積が大きくなったことによる価格への影響とともに、徒歩時間が大きくなったことによる影響が部分的に加わっている。他方、2)による重回帰分析では、徒歩時間が説明変数に取り入れられているので、面積の偏回帰係数は、徒歩時間を固定したもとの面積が1単位増えたことによる価格への影響を意味するものになる。徒歩時間だけが増えれば価格は下がると考えられるので、徒歩時間を固定した2)での偏回帰係数の値の方が1)よりも大きくなっている。
3. ($n = 10, r = 8$)の定数打ち切り試験データであるから、分布関数値の推定値として平均ランク $i/(n+1)$ を用いて、 $r = 8$ の故障時間データを打点すればよい。

累積ハザード法を使うならば、ハザード値が小さい順に、 $1/10, 1/9, \dots, 1/3$ となり、累積ハザード値は小さい順に、 $1/10, 1/10+1/9, 1/10+1/9+1/8, \dots$ となる。累積ハザード値から分布関数値への変換は

$$F(t_i) = 1 - \exp(-H(t_i))$$

である。結果として、 $\hat{m} = 1.8, \hat{\eta} = 3.8 (\times 10^3 \text{時間})$ と推定され、平均寿命は $\hat{\mu} = 3.38 (\times 10^3 \text{時間})$ と推定される。

なお、ワイブル確率紙での点への直線の当てはめでは、最小2乗法ですべての点に同じ重みを与えるのではなく、後半の点により重みを与えたほうがよいことが知られている。それは横軸で対数をとっているため、値の小さい点ほどばらつきが大きいためである。後半の点により合わせて引いた直線より求めた推定値が上記の値である。

4. 2つの回答が独立としたときの期待度数は下表の通りであるから、カイ2乗適合度統計量の値は

$$\chi^2 = \frac{(18-8)^2}{8} + \frac{(4-11.5)^2}{11.5} + \dots + \frac{(13-10.78)^2}{10.78}$$

$$= 27.46$$

となる。自由度 $(3 - 1) \times (3 - 1) = 4$ のカイ 2 乗分布の上側 5% 点は 9.49 であるから、有意水準 5% で有意である。すなわち、2 つの作品への回答は独立といえない。

		セカチュー			
		a	b	c	計
冬 ソ ナ	a	8	11.5	5.5	25
	b	8.32	11.96	5.72	26
	c	15.68	22.54	10.78	49
	計	32	46	22	100