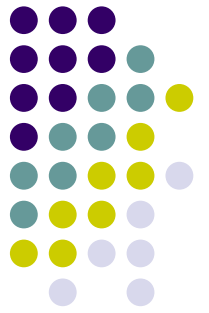
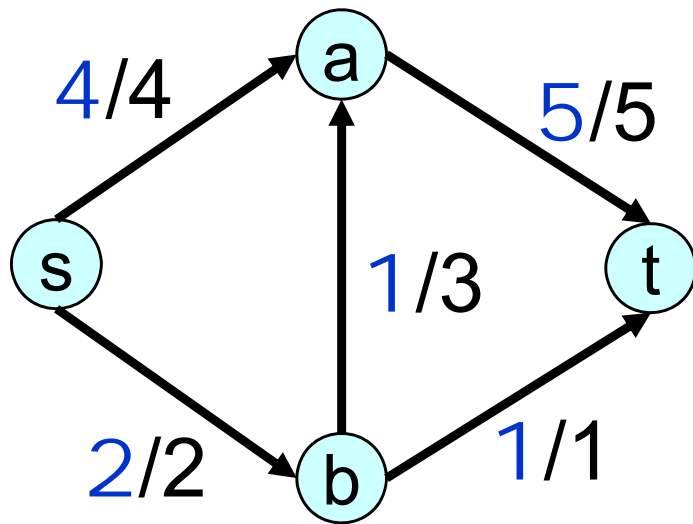


# 演習問題

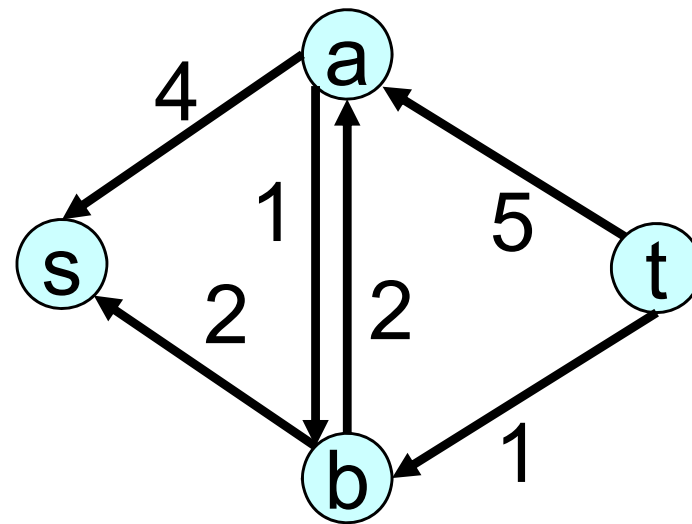


**問1**：下記の図は，最大流問題およびその最大流を表す．これらのフローに対し，残余ネットワークを書きなさい．  
また，授業でやったやり方に従って最小カットを求めよ

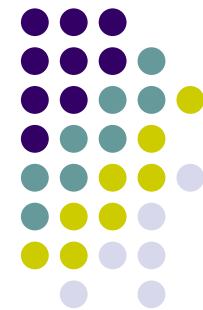
(a)



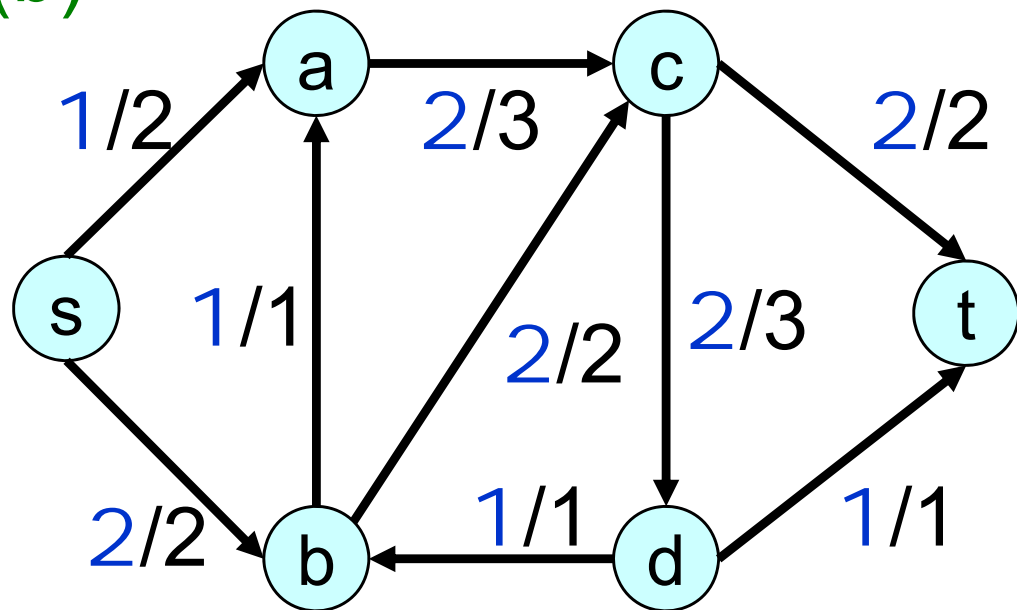
残余ネットワーク



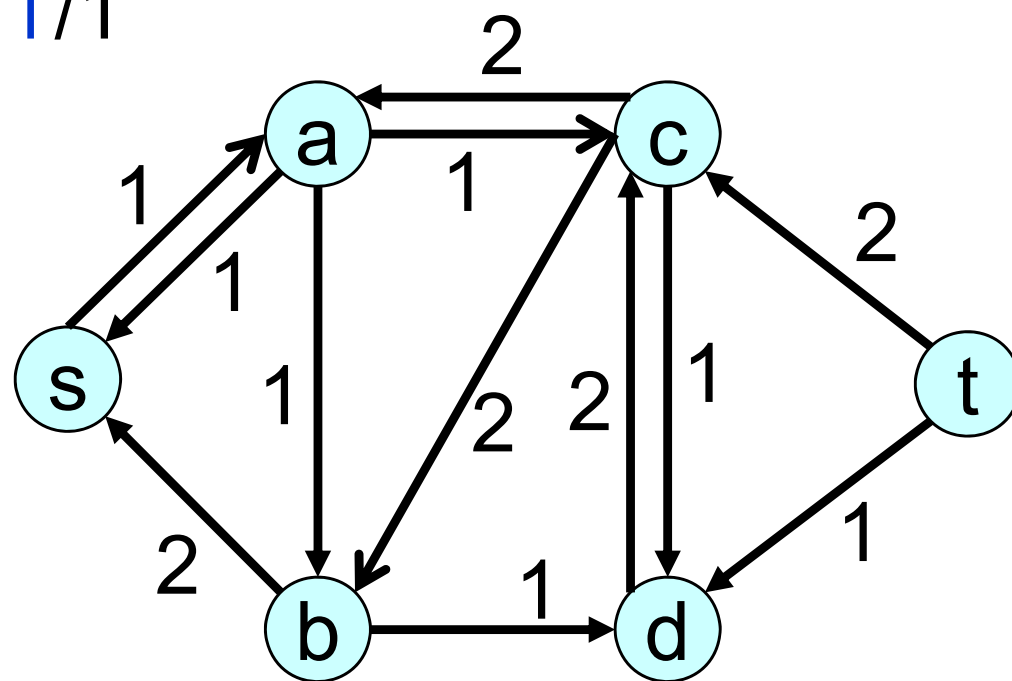
$s$ から到達可能な頂点は  $s$  自身のみ  
→ 最小カットは  $(\{s\}, \{a, b, t\})$



(b)



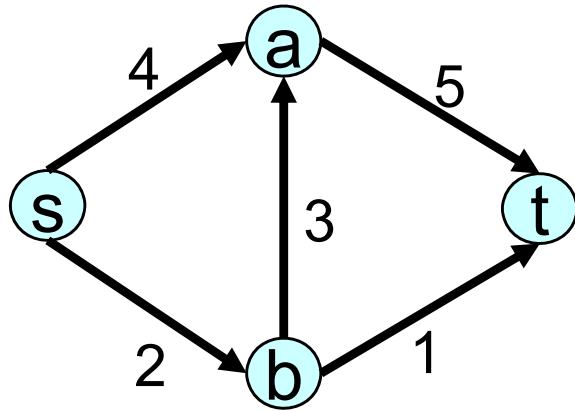
残余ネットワーク



頂点sから頂点vに到達可能  
 $\leftarrow \rightarrow$  sからvへの有向パスが存在する

sから到達可能な頂点は  $s, a, b, c, d$   
 $\rightarrow$  最小カットは  $(\{s, a, b, c, d\}, \{t\})$

**問2** : 次のネットワークにおいて,  $S=\{s, a\}$ ,  $T=\{b, t\}$ としたときに,  $x(S, T) - x(T, S) = f$  が成り立つことを, 下記の定式化を使って証明しなさい.



最大化  $f$   
 条件  $x_{sa} + x_{sb} = f$   
 $x_{at} - x_{sa} - x_{ba} = 0$   
 $x_{ba} + x_{bt} - x_{sb} = 0$   
 $-x_{at} - x_{bt} = -f$   
 $0 \leq x_{sa} \leq 4, 0 \leq x_{sb} \leq 2, 0 \leq x_{ba} \leq 3,$   
 $0 \leq x_{at} \leq 5, 0 \leq x_{bt} \leq 1$

$S=\{s,a\}$ に含まれる頂点s,aに関する流量保存条件の式

$$x_{sa} + x_{sb} = f$$

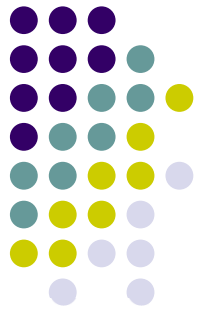
$$x_{at} - x_{sa} - x_{ba} = 0$$

を辺々加えると

$$x_{sb} + x_{at} - x_{ba} = f$$

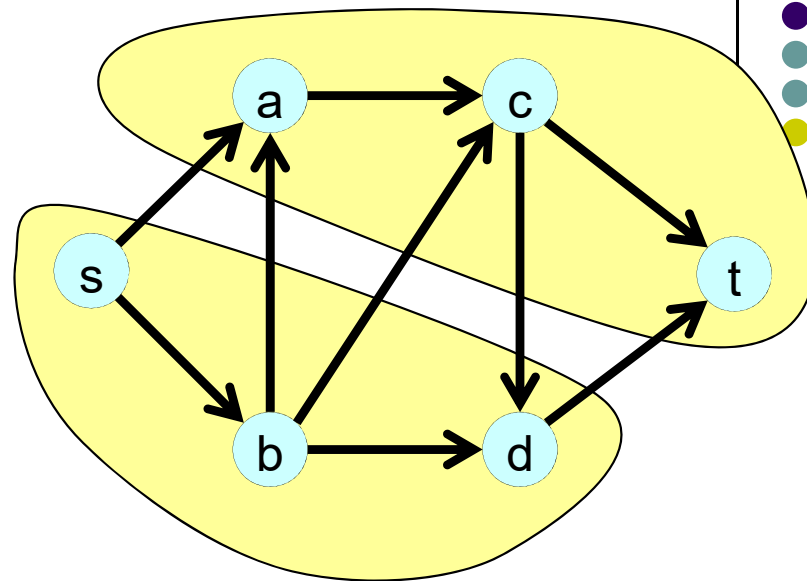
が得られる.

ここで,  $x(S, T) = x_{at} + x_{sb}$ ,  $x(T, S) = x_{ba}$  なので, 所望の式が得られた.



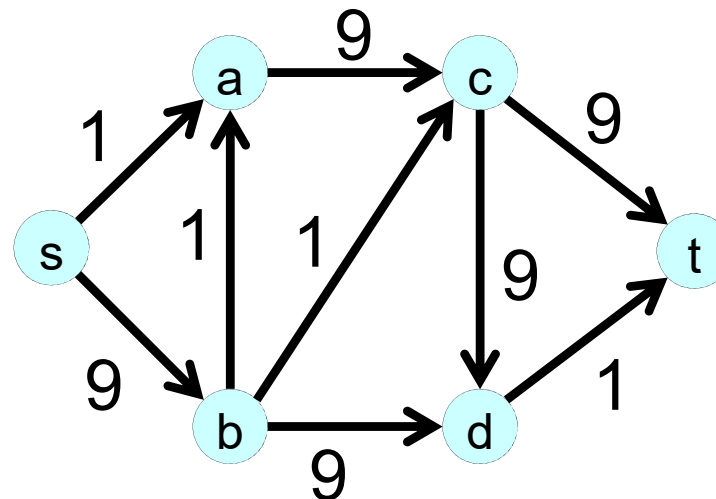
### 問3 :

右のネットワークにおいて、  
最小カットが $(\{s,b,d\}, \{t,a,c\})$ と  
なるように、各枝の容量を設定  
しなさい。(全部の枝の容量を  
0とするのは不可)

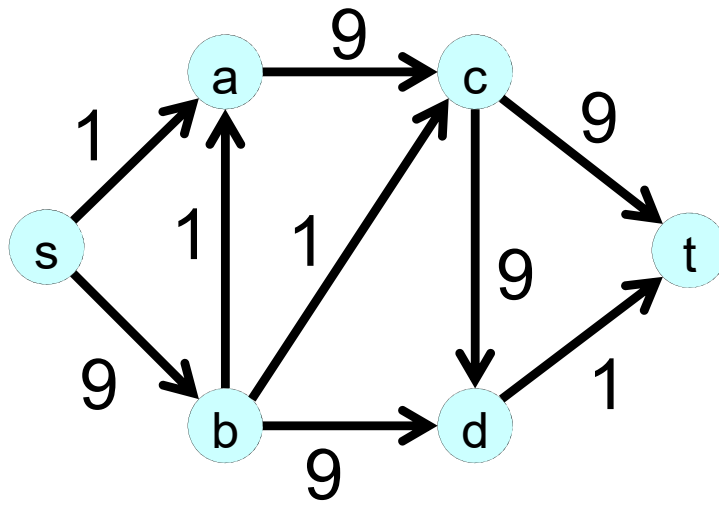
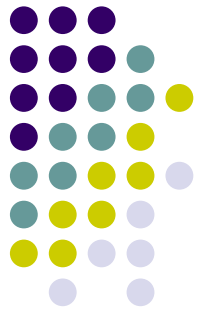


考え方:

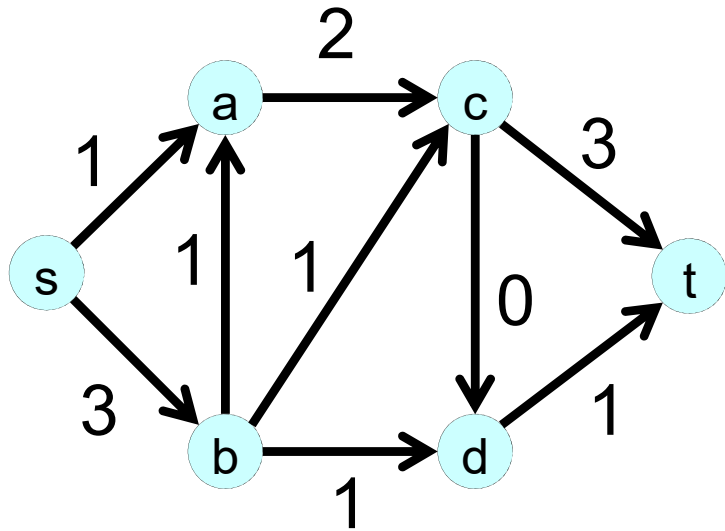
$S=\{s,b,d\}$ から $T=\{t,a,c\}$ に向かう  
枝の容量を、他の枝に比べて小  
さくすればよい。



# 問3 :



確認のために  
最大フローを計算すると  
下の通り(数字はフロー量)



残余ネットワークを作ると, sからt  
に到達不可能  
sから到達可能な頂点はs,b,d  
(確認終了)

