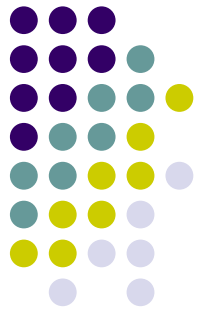
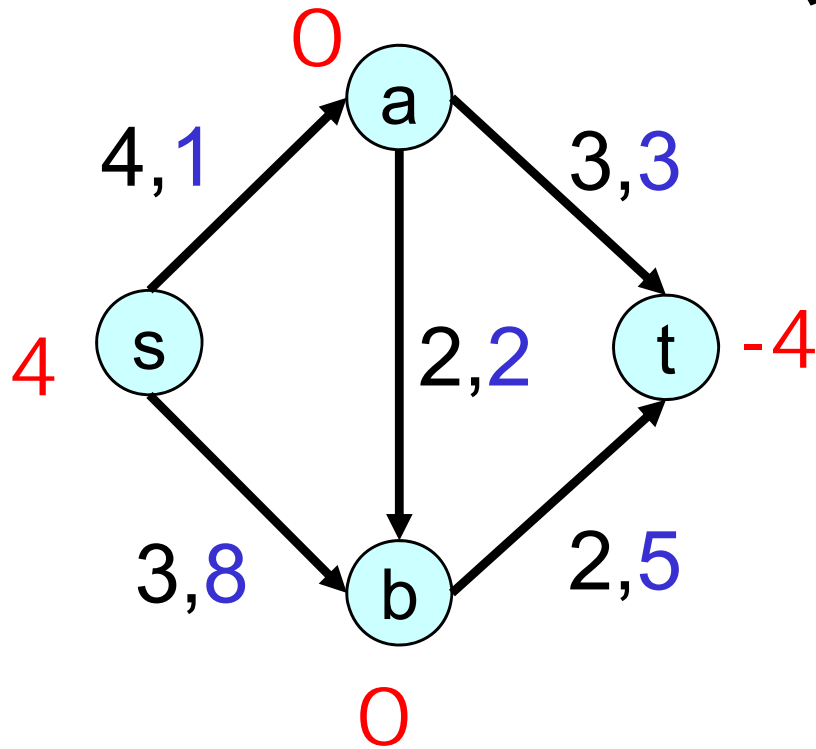


演習問題

(1) 定式化せよ



(a)



最小化 $x_{sa} + 8x_{sb} + 3x_{at} + 2x_{ab} + 5x_{bt}$
条件 $x_{sa} + x_{sb} = 4$

$$-x_{at} - x_{bt} = -4$$

$$x_{at} + x_{ab} - x_{sa} = 0$$

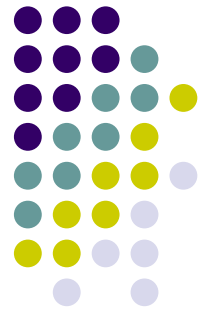
$$x_{bt} - x_{ab} - x_{sb} = 0$$

$$0 \leq x_{sa} \leq 4, 0 \leq x_{sb} \leq 3,$$

$$0 \leq x_{ba} \leq 3, 0 \leq x_{at} \leq 3,$$

$$0 \leq x_{bt} \leq 2$$

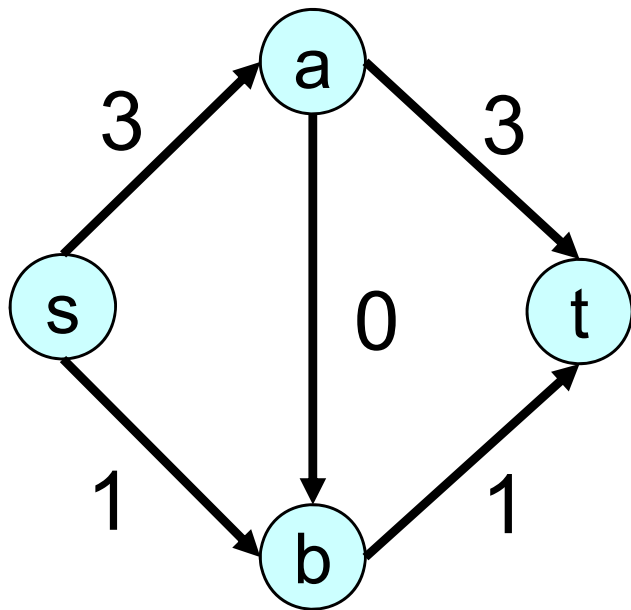
演習問題



- (2) 初期フローに対する, 定理3のポテンシャルの条件を具体的に書け.
また, そのようなポテンシャルが存在しない理由を, 条件を使って説明せよ.

(a)

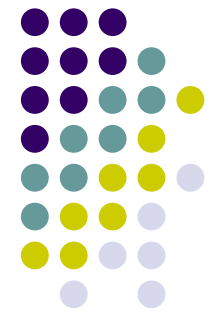
初期フロー



$$\begin{aligned} 1 - p_s + p_a &= 0, & 3 - p_a + p_t &\leq 0, \\ 8 - p_s + p_b &= 0, & 5 - p_b + p_t &= 0, \\ 2 - p_a + p_b &\geq 0 \end{aligned}$$

赤枠内の式より
 $1 - 8 + 2 \geq 0$ となり
矛盾

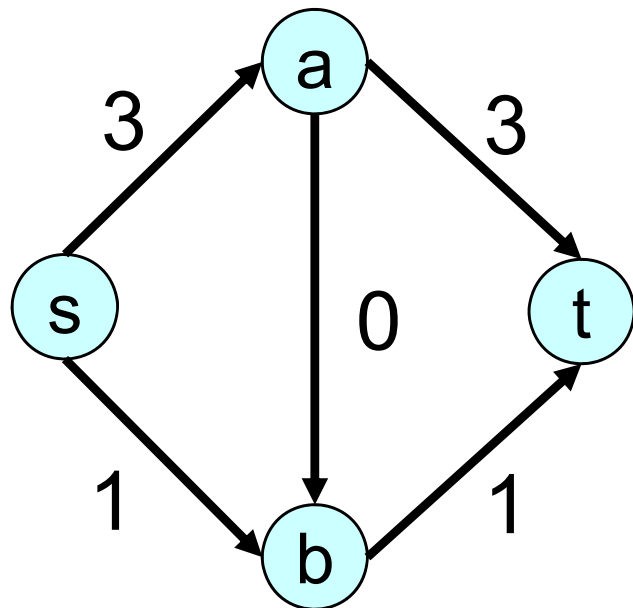
演習問題



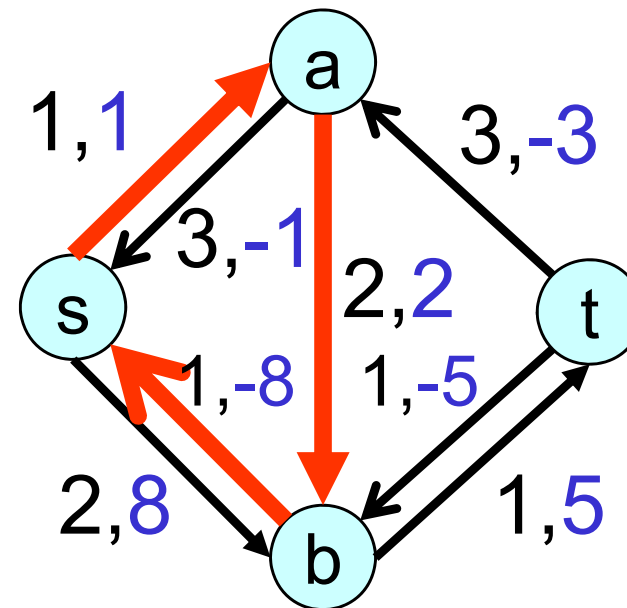
(3) 与えられた初期フローに対して負閉路消去法を適用し、最小費用フローを求めよ(途中の計算過程も省略せず書くこと)

(a)

初期フロー



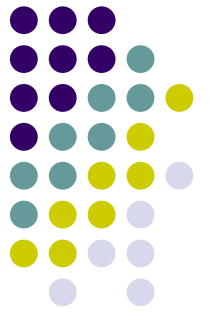
残余ネットワーク



負閉路が存在(費用-5, 容量1)

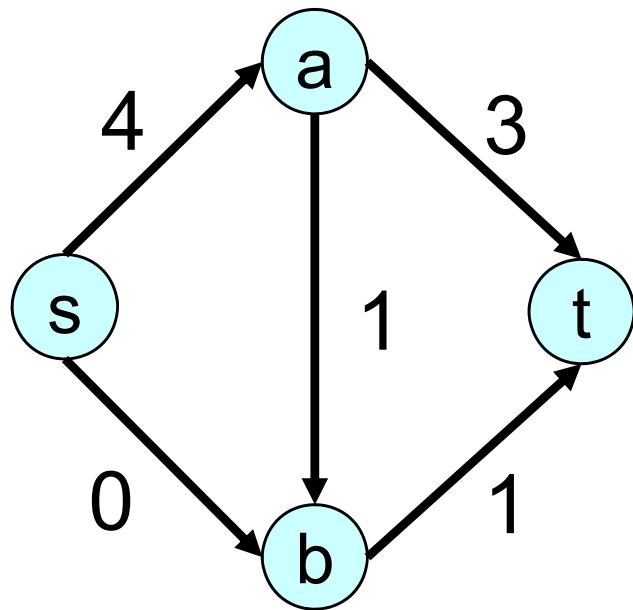
閉路に沿ってフローを1流す

演習問題

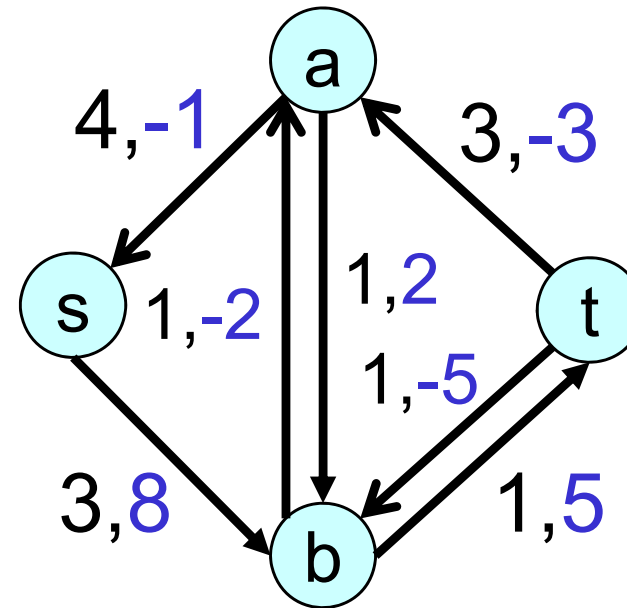


(a)

フロー

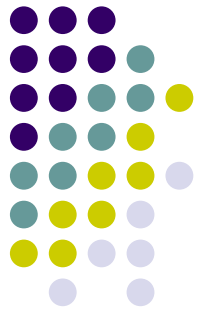


残余ネットワーク



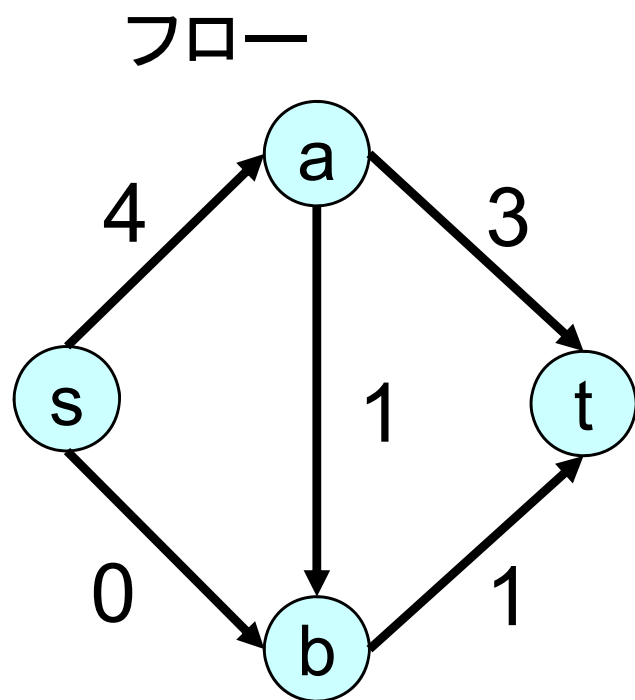
負閉路が存在しないので、これは最小費用フロー

演習問題



(4) 得られた最小費用フローに対し, 定理3の条件を満たすポテンシャルを求めよ.

(a)



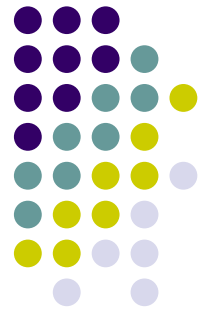
$$\begin{aligned} 1 - p_s + p_a &\leq 0, 3 - p_a + p_t \leq 0, \\ 8 - p_s + p_b &\geq 0, 5 - p_b + p_t = 0, \\ 2 - p_a + p_b &= 0 \end{aligned}$$

これらの式を満たすポテンシャル
(のひとつ)は

$$(p_s, p_a, p_b, p_t) = (8, 7, 5, 0)$$

演習問題

(1) 定式化せよ



$$\text{最小化 } x_{ay} + 3x_{az} + 2x_{by} + x_{bz} \\ + 3x_{cy} + 2x_{cz}$$

$$\text{条件 } x_{ay} + x_{az} = 1, x_{by} + x_{bz} = 1$$

$$x_{cy} + x_{cz} = 1$$

$$x_{yt} - x_{ay} - x_{by} - x_{cy} = 0$$

$$x_{zt} - x_{az} - x_{bz} - x_{cz} = 0$$

$$-x_{yt} - x_{zt} = -3$$

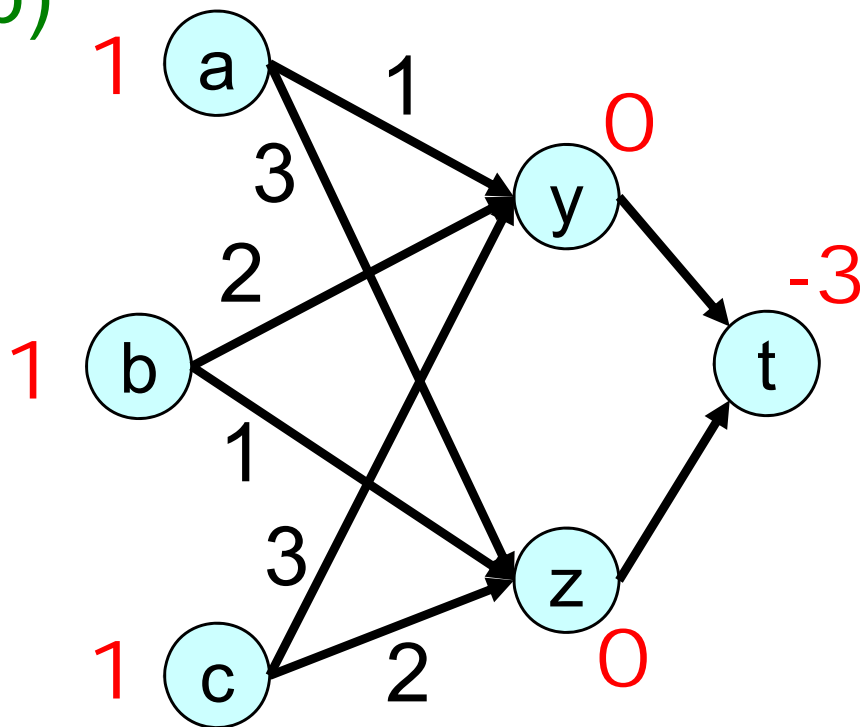
$$0 \leq x_{ay} \leq 1, 0 \leq x_{az} \leq 1,$$

$$0 \leq x_{by} \leq 1, 0 \leq x_{bz} \leq 1,$$

$$0 \leq x_{cy} \leq 1, 0 \leq x_{cz} \leq 1,$$

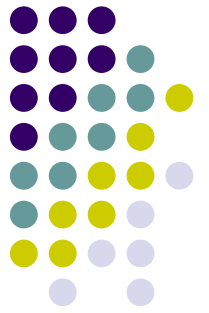
$$0 \leq x_{yt} \leq 3, 0 \leq x_{zt} \leq 3$$

(b)



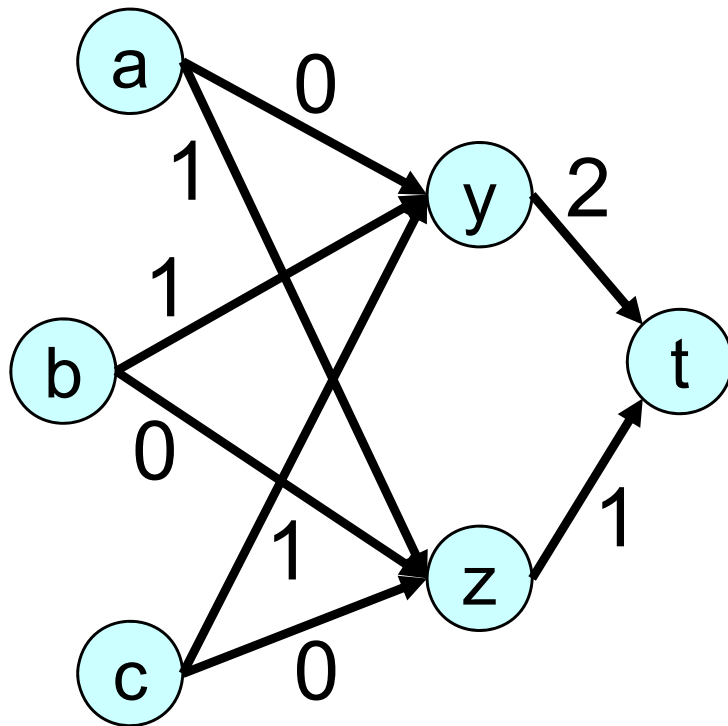
枝(y, t), (z, t) の容量は3, それ以外の枝の容量は1
tに入る枝の費用は0, それ以外は各枝の数値を参照

演習問題



- (2) 初期フローに対する, 定理3のポテンシャルの条件を具体的に書け.
また, そのようなポテンシャルが存在しない理由を, 条件を使って説明せよ.

(b) 初期フロー



$$0 - p_y + p_t = 0, 0 - p_z + p_t = 0,$$

$$1 - p_a + p_y \geq 0, 1 - p_b + p_z \geq 0,$$

$$2 - p_c + p_z \geq 0, 3 - p_a + p_z \leq 0,$$

$$2 - p_b + p_y \leq 0, 3 - p_c + p_y \leq 0$$

赤枠内の式より

$$0 + 0 + 1 - 3 \geq 0 \text{ となり}$$

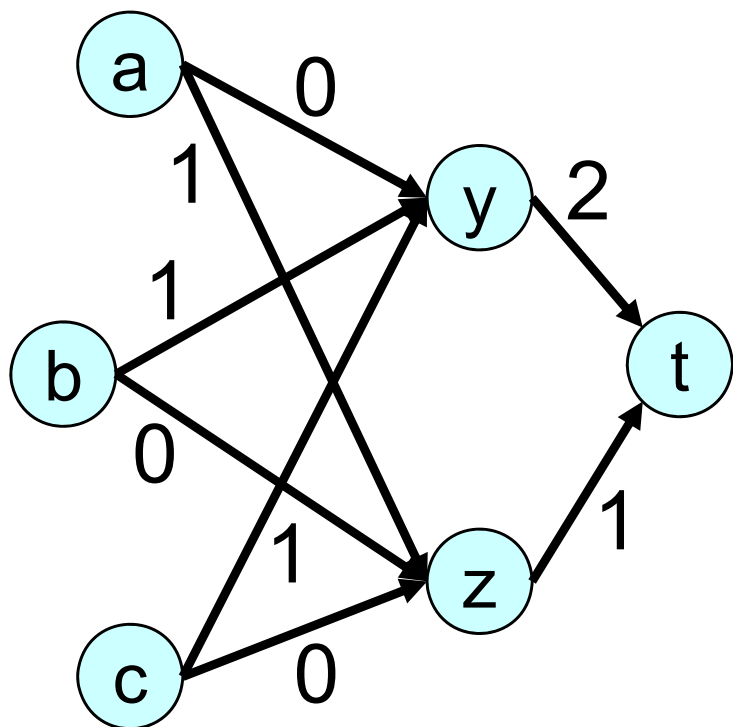
矛盾

演習問題

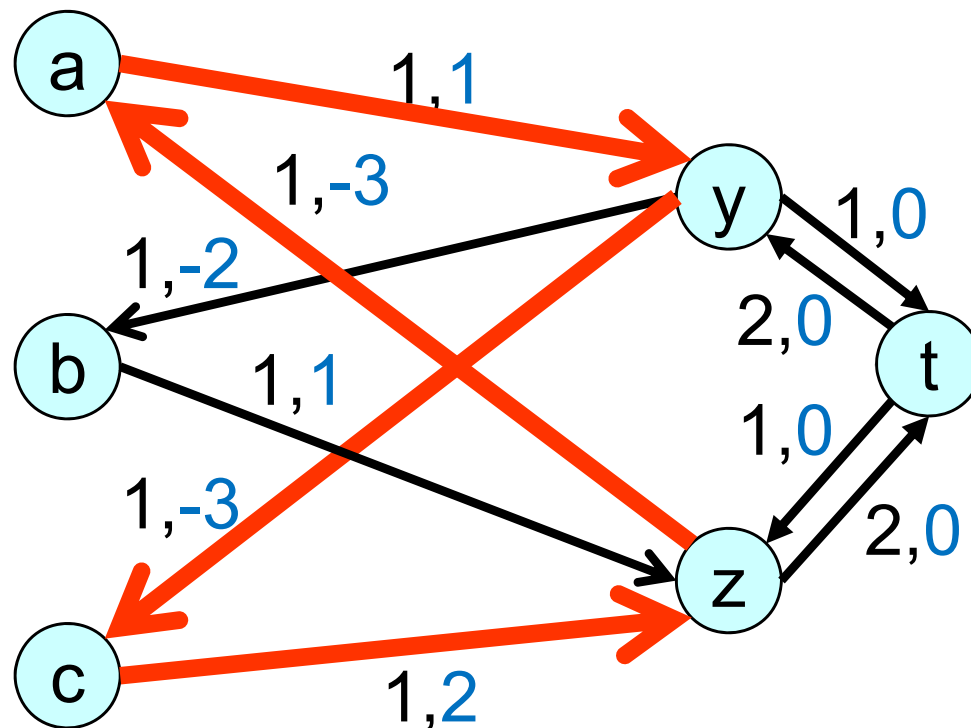


(3) 与えられた初期フローに対して負閉路除去法を適用し、最小費用フローを求めよ(途中の計算過程も省略せず書くこと)

(b) 初期フロー

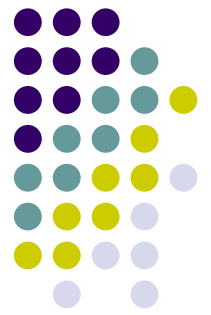


残余ネットワーク

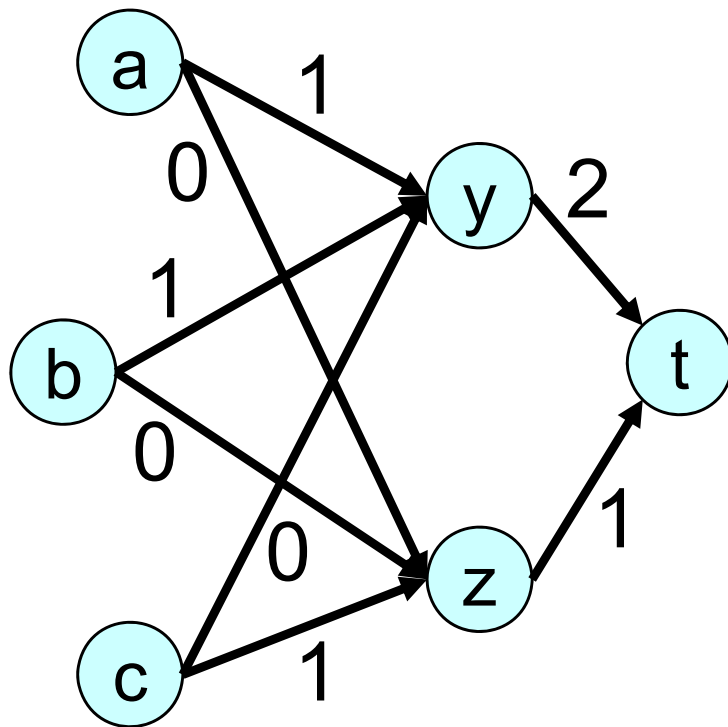


負閉路が存在(費用-3, 容量1)
閉路に沿ってフローを1流す

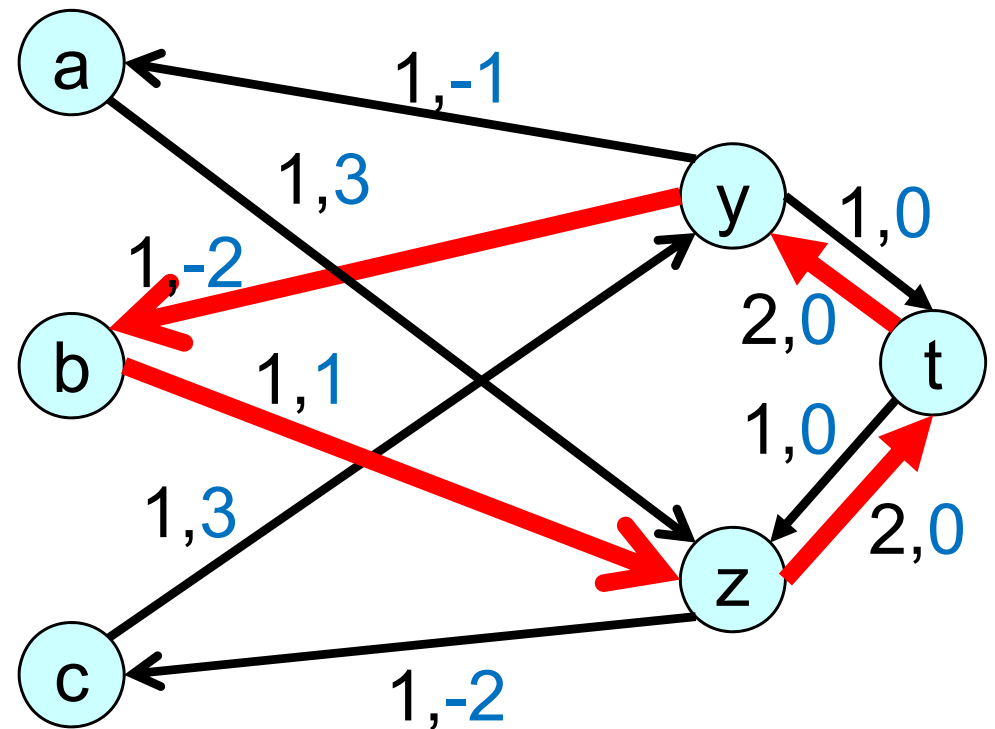
演習問題



(b) 初期フロー

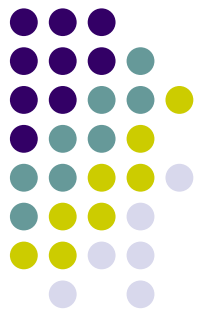


残余ネットワーク

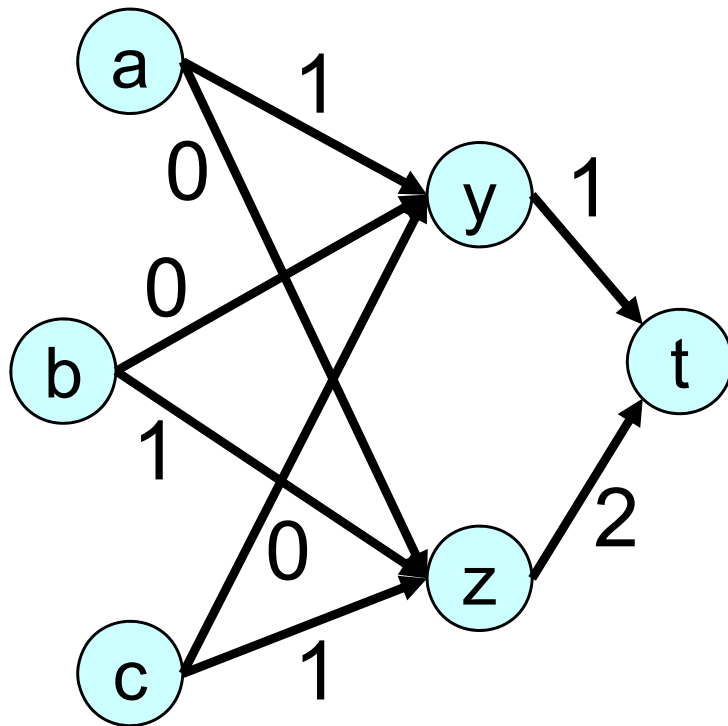


負閉路が存在(費用-1, 容量1)
閉路に沿ってフローを1流す

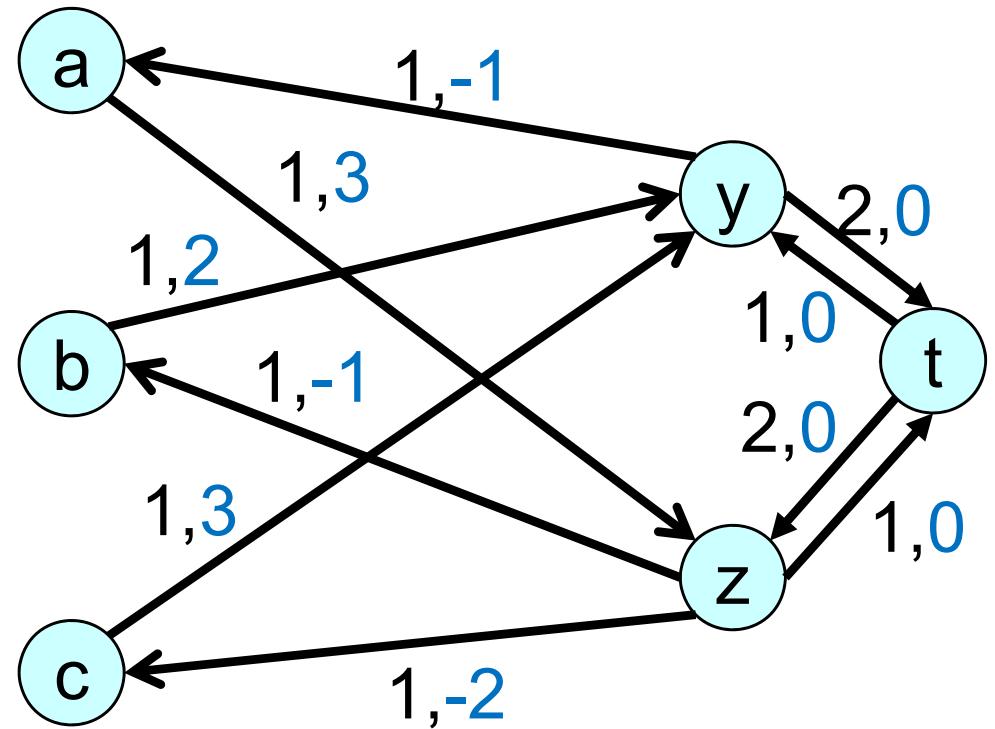
演習問題



(b) 初期フロー

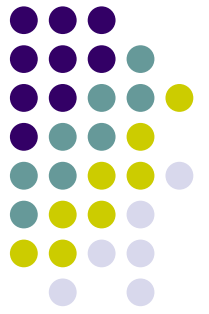


残余ネットワーク



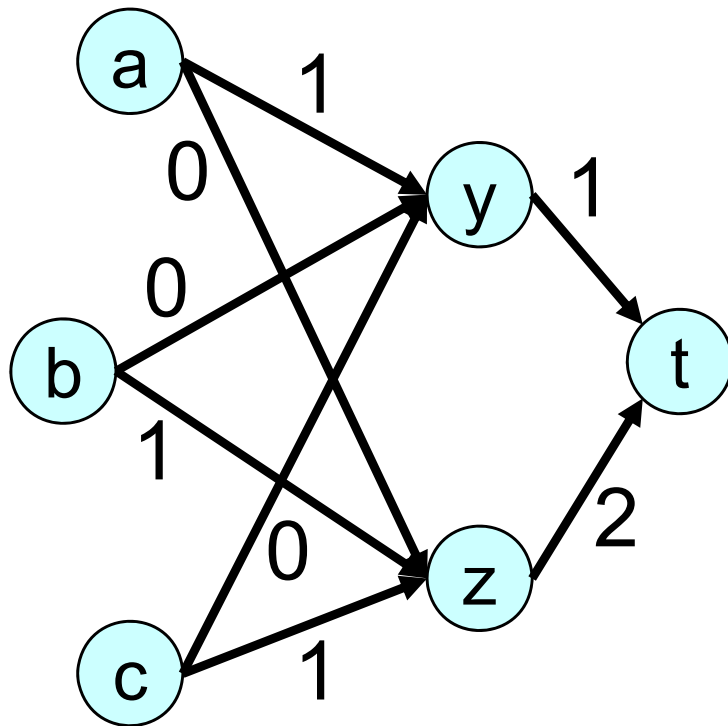
負閉路が存在しないので、これは最小費用フロー

演習問題



(4) 得られた最小費用フローに対し, 定理3の条件を満たすポテンシャルを求めよ.

(b) 初期フロー



$$\begin{aligned} 0 - p_y + p_t &= 0, & 0 - p_z + p_t &= 0, \\ 1 - p_a + p_y &\leq 0, & 1 - p_b + p_z &\leq 0, \\ 2 - p_c + p_z &\leq 0, & 3 - p_a + p_z &\geq 0, \\ 2 - p_b + p_y &\geq 0, & 3 - p_c + p_y &\geq 0 \end{aligned}$$

これらの式を満たすポテンシャル (のひとつ) は

$$\begin{aligned} (p_a, p_b, p_c, p_y, p_z, p_t) \\ = (1, 2, 2, 0, 0, 0) \end{aligned}$$