問1：

（1）右の線形計画問題を不等式標準形に書き直せ.

最大化：$2x + 2y + 3z$

条件：

$$
\begin{aligned}
5x \quad + 3z &\leqq 8 \\
2z &= 2 \\
4y + z &\geqq 9 \\
x, y &\geqq 0
\end{aligned}
$$

↓

最大化：$2x + 2y + 3(z' - z'')$

条件：

$$
\begin{aligned}
5x \quad + 3(z' - z'') &\leqq 8 \\
2(z' - z'') &= 2 \\
4y + (z' - z'') &\geqq 9 \\
x, y, z', z'' &\geqq 0
\end{aligned}
$$

↓

最小化：$-2x - 2y - 3(z' - z'')$

条件：

$$
\begin{aligned}
5x \quad + 3(z' - z'') &\leqq 8 \\
2(z' - z'') &= 2 \\
4y + (z' - z'') &\geqq 9 \\
x, y, z', z'' &\geqq 0
\end{aligned}
$$

↓

最小化：$-2x - 2y - 3(z' - z'')$

条件：

$$
\begin{aligned}
5x \quad + 3(z' - z'') &\leqq 8 \\
2(z' - z'') &\geq 2 \\
2(z' - z'') &\leq 2 \\
4y + (z' - z'') &\geqq 9 \\
x, y, z', z'' &\geqq 0
\end{aligned}
$$

↓

最小化：$-2x - 2y - 3(z' - z'')$

条件：

$$
\begin{aligned}
-5x \quad - 3(z' - z'') &\geq -8 \\
2(z' - z'') &\geq 2 \\
-2(z' - z'') &\geq -2 \\
4y + (z' - z'') &\geqq 9 \\
x, y, z', z'' &\geqq 0
\end{aligned}
$$

(2)右の線形計画問題を
不等式標準形および
等式標準形に
書き直せ.

最大化: $3x + 6y$
条件: $x + y = 2$
$x + 4y \leq 2$
$y \geqq 0$

最大化: $3(x' - x'') + 6y$
条件: $(x' - x'') + y = 2$
$(x' - x'') + 4y \leq 2$
$x', x'', y \geqq 0$

最小化: $-3(x' - x'') - 6y$
条件: $(x' - x'') + y = 2$
$(x' - x'') + 4y \leq 2$
$x', x'', y \geqq 0$

最小化: $-3(x' - x'') - 6y$
条件: $(x' - x'') + y \leq 2$
$(x' - x'') + y \geq 2$
$(x' - x'') + 4y \leq 2$
$x', x'', y \geqq 0$

最小化: $-3(x' - x'') - 6y$
条件: $-(x' - x'') - y \geq -2$
$(x' - x'') + y \geq 2$
$-(x' - x'') - 4y \geq -2$
$x', x'', y \geqq 0$

不等式標準形

（2）右の線形計画問題を不等式標準形および等式標準形に書き直せ.

不等式標準形から等式標準形へ

最小化: $-3(x'-x'')-6y$
条件: $-(x'-x'')-y \geq -2$
$(x'-x'')+y \geq 2$
$-(x'-x'')-4y \geq -2$
$x', x'', y \geqq 0$

→

最小化: $-3(x'-x'')-6y$
条件: $-(x'-x'')-y-a=-2$
$(x'-x'')+y-b=2$
$-(x'-x'')-4y-c=-2$
$x', x'', y \geqq 0, a, b, c \geq 0$

不等式標準形導出の途中の形から等式標準形へ

最小化: $-3(x'-x'')-6y$
条件: $(x'-x'')+y=2$
$(x'-x'')+4y \leq 2$
$x', x'', y \geqq 0$

→

最小化: $-3(x'-x'')-6y$
条件: $(x'-x'')+y=2$
$(x'-x'')+4y+a=2$
$x', x'', y \geqq 0, a \geq 0$

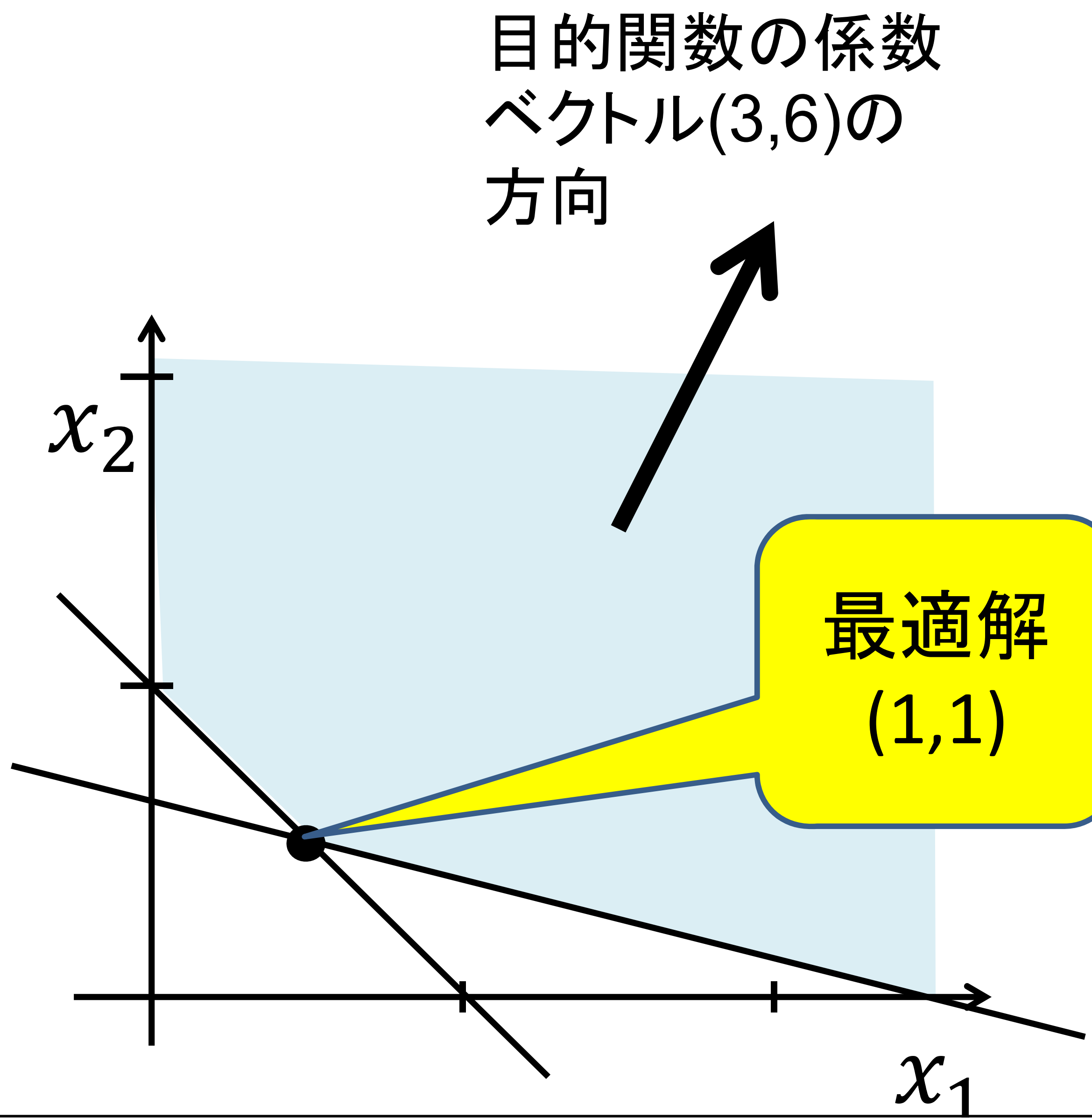
問2：(1) 下記の線形計画問題の実行可能領域を図示し，最適解を求めなさい．

最小化 $3x_1 + 6x_2$

条件 $x_1 + x_2 \geq 2$

$x_1 + 4x_2 \geq 5$

$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$



問2：

(2) 上記の線形計画問題の双対問題を求めなさい．

(3) 双対問題の実行可能領域を図示し，最適解を求めなさい．

最小化 $3x_1 + 6x_2$

条件 $x_1 + x_2 \geq 2$

$x_1 + 4x_2 \geq 5$

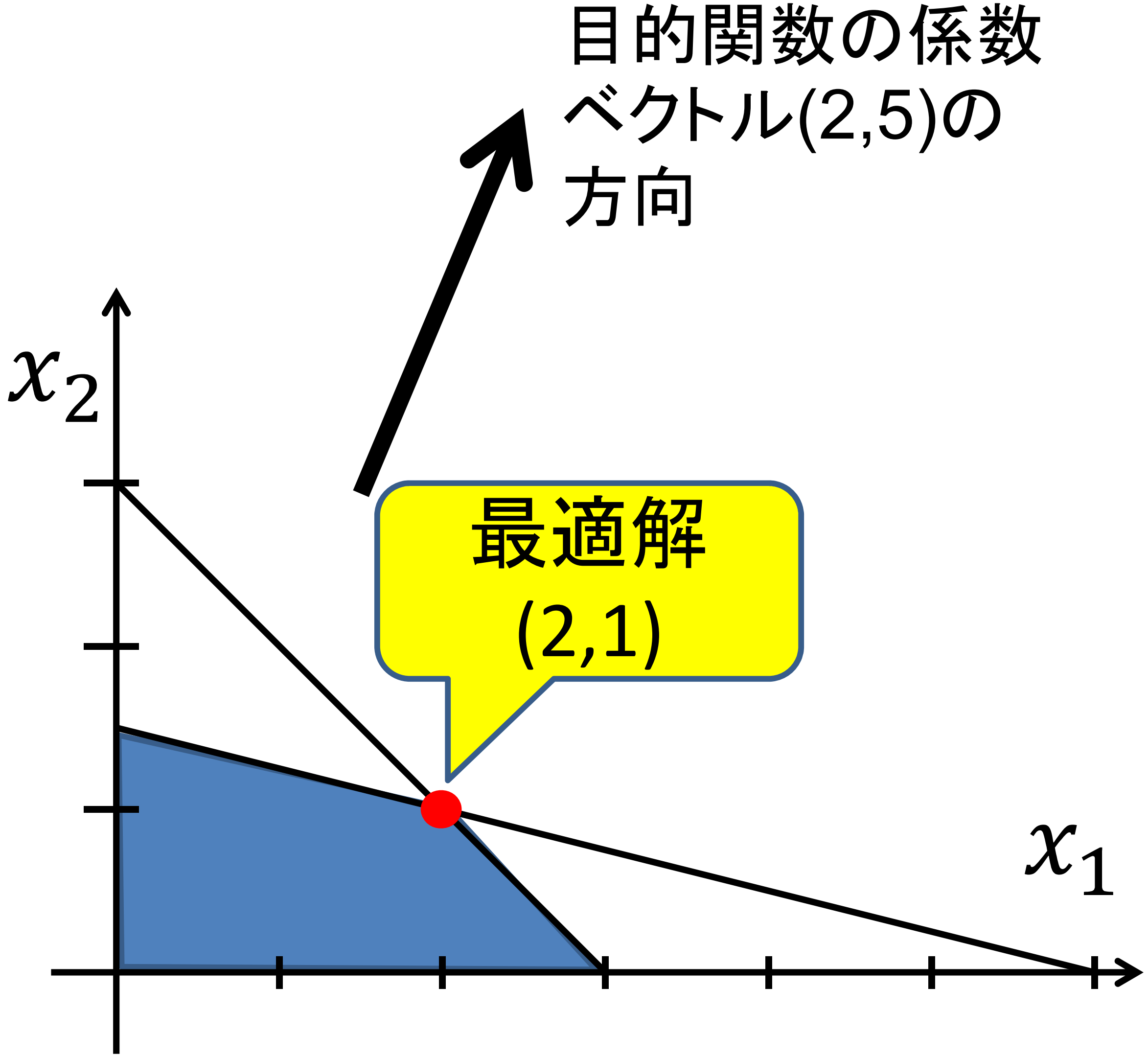
$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

最大化： $2y_1 + 5y_2$

条件： $y_1 + y_2 \leq 3$

$y_1 + 4y_2 \leq 6$

$y_1, y_2 \geqq 0$



問3：双対問題の双対問題は主問題に一致する事を証明せよ.

最大化：$b_1 y_1 + b_2 y_2 + \cdots + b_m y_m$

条件：
$$\begin{aligned} a_{11} y_1 + a_{21} y_2 + \cdots + a_{m1} y_m &\leq c_1 \\ a_{12} y_1 + a_{22} y_2 + \cdots + a_{m2} y_m &\leq c_2 \\ &\vdots \\ a_{1n} y_1 + a_{2n} y_2 + \cdots + a_{mn} y_m &\leq c_n \\ y_1, y_2, \ldots, y_m &\geq 0 \end{aligned}$$

不等式標準形へ変換

最小化：$-b_1 y_1 - \cdots - b_m y_m$

条件：
$$\begin{aligned} -a_{11} y_1 - \cdots - a_{m1} y_m &\geq -c_1 \\ &\vdots \\ -a_{1n} y_1 - \cdots - a_{mn} y_m &\geq -c_n \\ y_1, y_2, \ldots, y_m &\geq 0 \end{aligned}$$

双対問題をつくる

最大化：$-c_1 z_1 - \cdots - c_n z_n$

条件：
$$\begin{aligned} -a_{11} z_1 - \cdots - a_{1n} z_n &\leq -b_1 \\ &\vdots \\ -a_{m1} z_1 - \cdots - a_{mn} z_n &\leq -b_m \\ z_1 \geq 0, \ldots, z_n &\geq 0 \end{aligned}$$

問3：双対問題の双対問題は主問題に一致する事を証明せよ.

最大化：$-c_1 z_1 - \cdots - c_n z_n$
条件：$-a_{11} z_1 - \cdots - a_{1n} z_n \leq -b_1$

$$\vdots$$

$$-a_{m1} z_1 - \cdots - a_{mn} z_n \leq -b_m$$
$$z_1 \geq 0, \ldots, z_n \geq 0$$

不等式標準形へ変換

最小化：$c_1 z_1 + \cdots + c_n z_n$
条件：$a_{11} z_1 + \cdots + a_{1n} z_n \geq b_1$

$$\vdots$$

$$a_{m1} z_1 + \cdots + a_{mn} z_n \geq b_m$$
$$z_1 \geq 0, \ldots, z_n \geq 0$$

変数 z_j を x_j に置き換えると,
主問題と全く同じになる