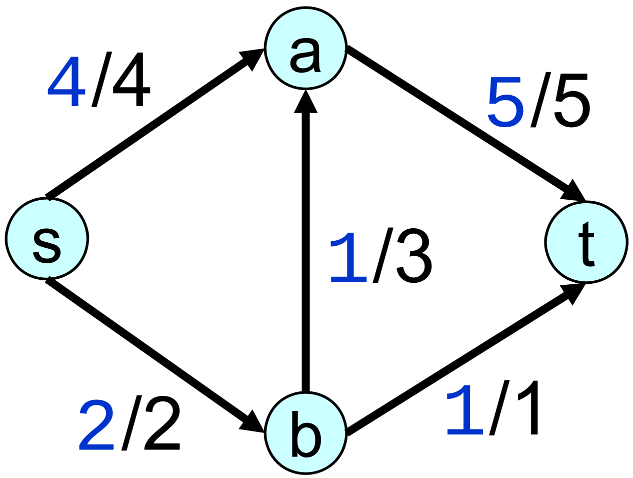
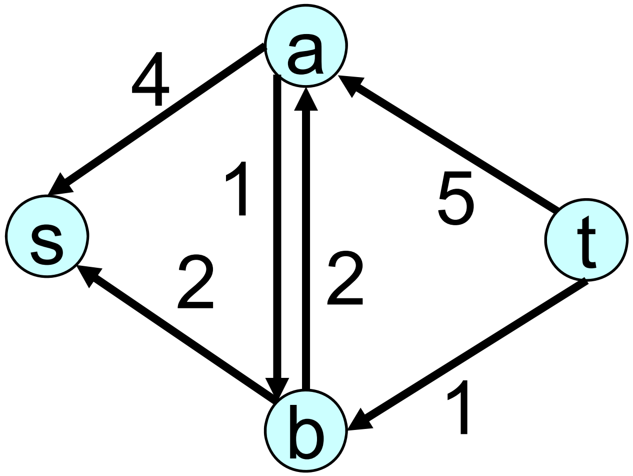
レポート問題

問１：下記の図は，最大流問題およびその最大流を表す．これらのフローに対し，残余ネットワークを書きなさい．
また，授業でやったやり方に従って最小カットを求めよ

(a)

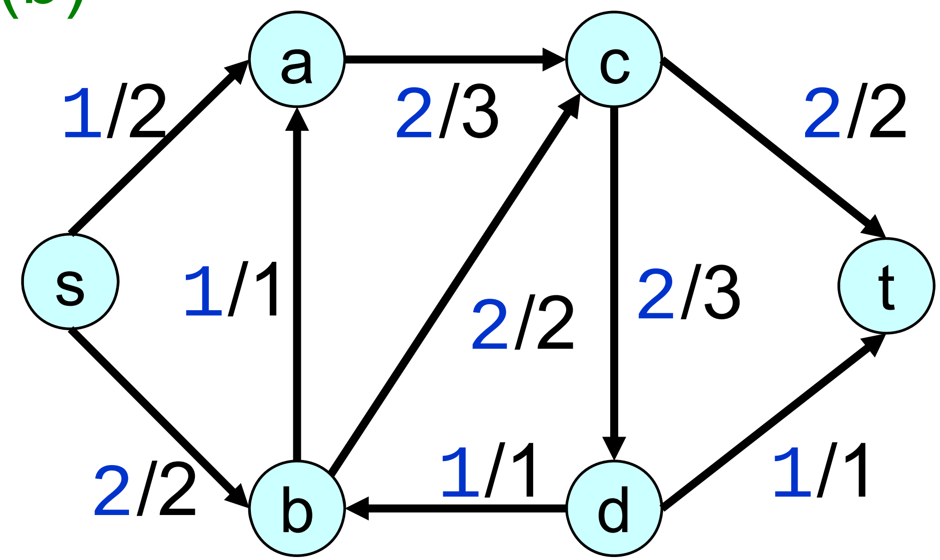


残余ネットワーク

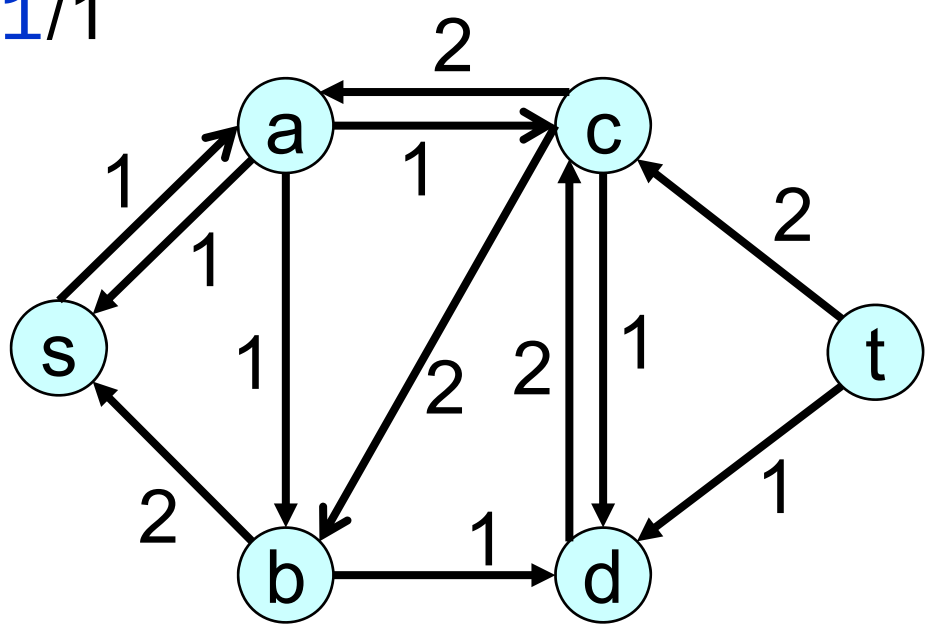


sから到達可能な頂点は s 自身のみ
➔最小カットは ({s}, {a,b,t})

(b)



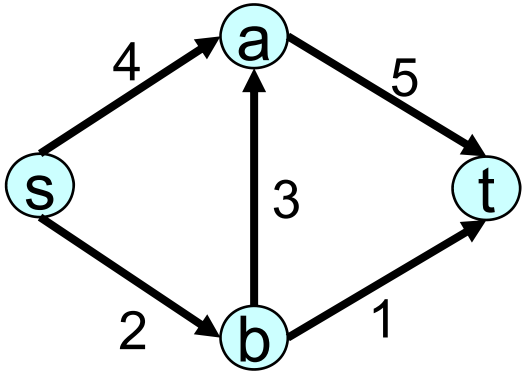
残余ネットワーク



頂点sから頂点vに到達可能
←→sからvへの有向パスが
存在する

sから到達可能な頂点は s,a,b,c,d
➔最小カットは ({s,a,b,c,d}, {t})

問２： 次のネットワークにおいて，S={s, a}, T={b, t}としたときに，x(S, T) – x(T, S) = f が成り立つことを，下記の定式化を使って証明しなさい．



最大化 f

条件

$$x_{sa} + x_{sb} = f$$
$$x_{at} - x_{sa} - x_{ba} = 0$$
$$x_{ba} + x_{bt} - x_{sb} = 0$$
$$-x_{at} - x_{bt} = -f$$
$$0 \leq x_{sa} \leq 4,\ 0 \leq x_{sb} \leq 2,\ 0 \leq x_{ba} \leq 3,$$
$$0 \leq x_{at} \leq 5,\ 0 \leq x_{bt} \leq 1$$

S={s,a}に含まれる頂点s,aに関する流量保存条件の式

$$x_{sa} + x_{sb} = f$$
$$x_{at} - x_{sa} - x_{ba} = 0$$

を辺々加えると

$$x_{sb} + x_{at} - x_{ba} = f$$

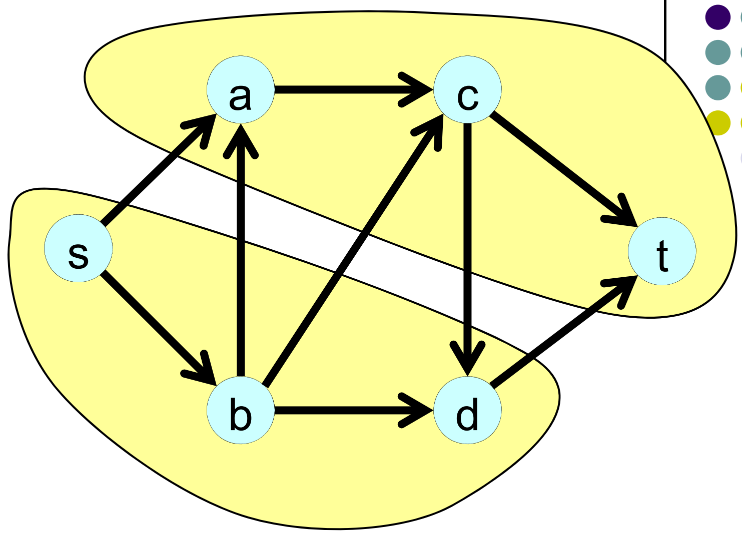
が得られる．

ここで，$x(S,T) = x_{at} + x_{sb}, x(T,S) = x_{ba}$ なので，

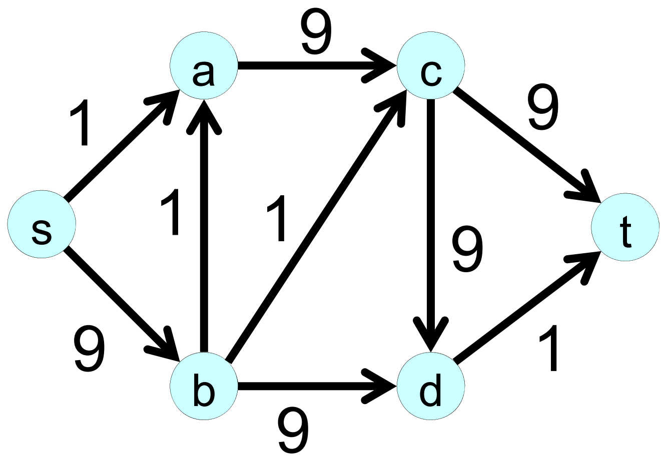
所望の式が得られた．

問３：

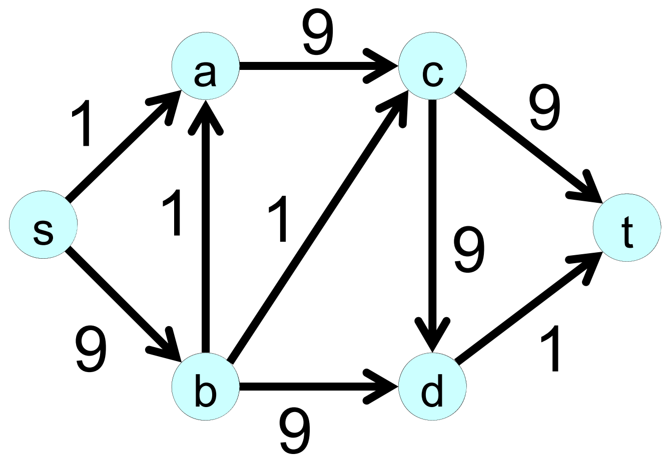
右のネットワークにおいて，
最小カットが({s,b,d}, {t,a,c}) と
なるように，各枝の容量を設定
しなさい．（全部の枝の容量を
0とするのは不可）



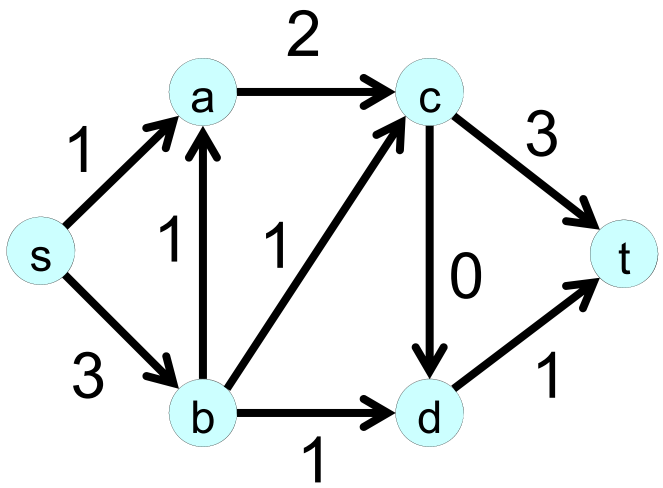
考え方：
S={s,b,d}からT={t,a,c}に向かう
枝の容量を，他の枝に比べて小
さくすればよい．



問3：



確認のために
最大フローを計算すると
下の通り(数字はフロー量）



残余ネットワークを作ると，sからt
に到達不可能
sから到達可能な頂点はs,b,d
（確認終了）