演習問題

問題１:下記の4つの関数の勾配ベクトルを計算しなさい

$$f_1(x_1, x_2) = x_1 + 2x_2 \qquad f_2(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 - 1$$

$$f_3(x_1, x_2) = x_1 \log x_2 - x_2 \log x_1$$

$f_4(\boldsymbol{x}) = \dfrac{1}{2}\boldsymbol{x}^T \boldsymbol{V}\boldsymbol{x}$　(ただし，$\boldsymbol{x}$はn次元ベクトル，$\boldsymbol{V}$は$n \times n$対称行列)

$$\nabla f_1(x_1, x_2) = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \nabla f_2(x_1, x_2) = \begin{bmatrix} 2x_1 \\ 2x_2 \end{bmatrix}$$

$$\nabla f_3(x_1, x_2) = \begin{bmatrix} \log x_2 - \frac{x_2}{x_1} \\ \frac{x_1}{x_2} - \log x_1 \end{bmatrix}, \nabla f_4(x) = Vx$$

演習問題

問題2: 問題1の3つの関数 $f_1(x_1, x_2)$, $f_2(x_1, x_2)$, $f_3(x_1, x_2)$ に対して，(a_1,a_2) における一次のテイラー近似を求めなさい．

$$\widetilde{f}_1(x_1, x_2) = (a_1 + 2a_2) + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} x_1 - a_1 \\ x_2 - a_2 \end{bmatrix} = x_1 + 2x_2$$

$$\widetilde{f}_2(x_1, x_2) = (a_1^2 + a_2^2 - 1) + \begin{bmatrix} 2a_1 \\ 2a_2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} x_1 - a_1 \\ x_2 - a_2 \end{bmatrix}$$

$$= 2a_1x_1 + 2a_2x_2 - a_1^2 - a_2^2 - 1$$

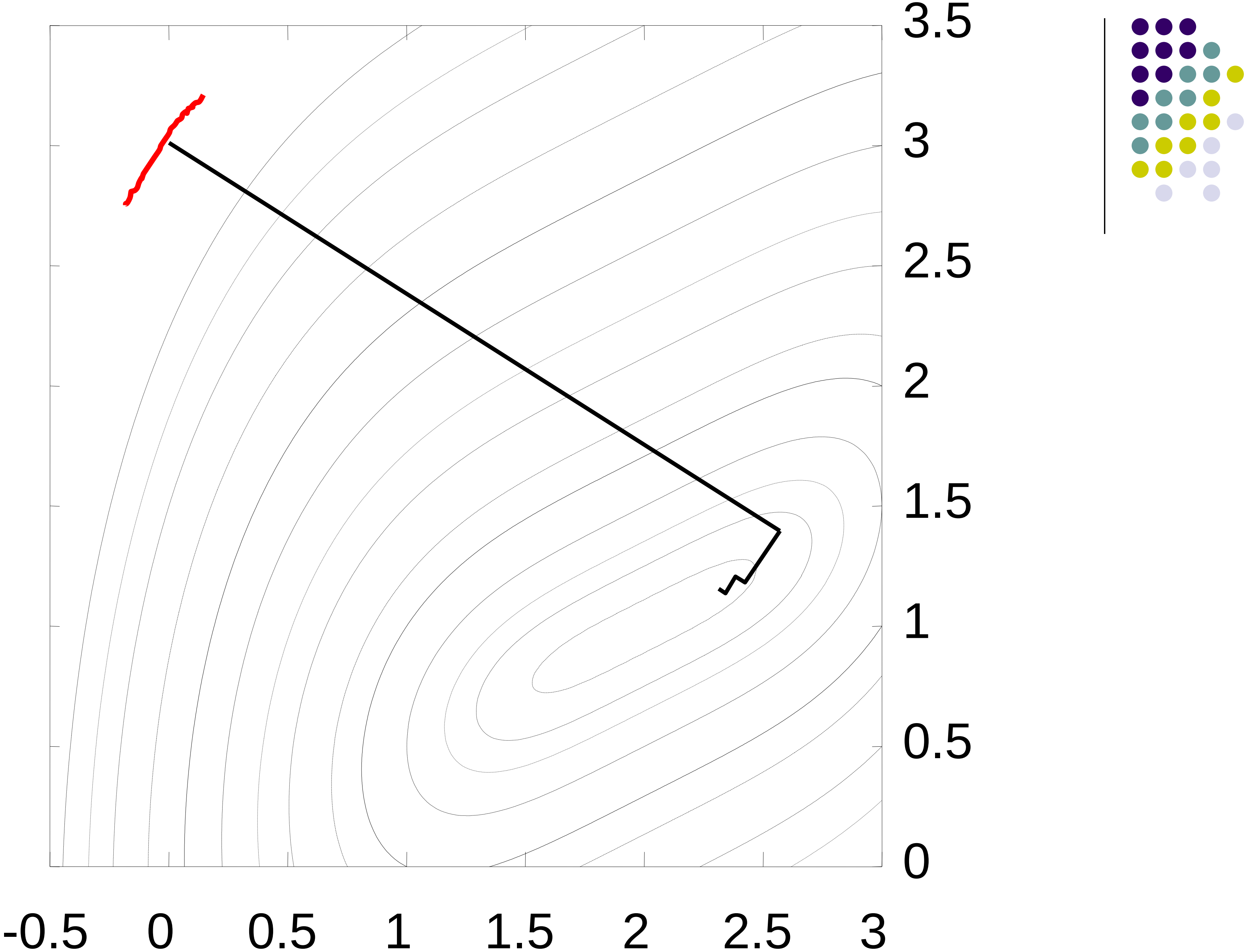
$$\widetilde{f}_3(x_1, x_2) = a_1 \log a_2 - a_2 \log a_1 + \begin{bmatrix} \log a_2 - \frac{a_2}{a_1} \\ \frac{a_1}{a_2} - \log a_1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} x_1 - a_1 \\ x_2 - a_2 \end{bmatrix}$$

$$= \left(\log a_2 - \frac{a_2}{a_1}\right) x_1 + \left(\frac{a_1}{a_2} - \log a_1\right) x_2 - a_1 + a_2$$

演習問題

問題3:関数 $f(x,y) = (x-2)^4 + (x-2y)^2$ に対して、初期点を(0, 3) として最急降下法を適用せよ。資料に添付してある等高線の図を使って実行すること.（具体的な数値は計算しなくてもよい）

ポイント: 点の動きを表す折れ線の角度は必ず90度


3.5
3
2.5
2
1.5
1
0.5
0
-0.5
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3