経済学第一・第二

（講義案内）

本講義では、近代経済学を学ぶ上で必要不可欠となるミクロ経済学の基本的な知識を身に付けることを目的とする。ミクロ経済学は、社会における最小の経済主体である個人（消費者または家計）や企業の、財・サービスの生産・消費・分配に関する合理的行動の分析を行う学問である。

ここで財とは、食糧・衣服など人間の日常生活に必要な消費財や、企業が様々な財の生産に用いる原材料や機械などの資本財を意味し、サービスの中には、輸送・通信・医療・教育などのサービスが含まれる。

また、合理的行動とは、ある制約条件を満たす範囲内で目標を最もよく達成する選択を行うことである。例えば、消費者は、自分の持っている所得の範囲内で自分の効用（満足度）が最も高くなるような財の組み合わせを選ぶ。他方、企業は、所有している生産原材料・機械を効率よく利用して、利潤を最も大きくするような生産計画を立てる。個々の経済主体にとって、生産・消費に関する最適な選択は何か、社会全体として、どのような財・サービスの分配を行うべきかを吟味する。

公務員試験、各種国家試験にも出題される科目であり、国家・地方公務員、税理士、公認会計士等を目指す人は履修を薦める。

講義スケジュール：

Ⅰ ミクロ経済学とは ー需要と供給ー

Ⅱ 消費の決定 A．選好 B. 予算制約 C. 消費者の選択

Ⅲ. 需要関数 A. 所得消費曲線とエンゲル曲線 B. 価格消費曲線と需要曲線 C. 所得効果と代替効果 D. 需要の法則

Ⅳ 生産の理論 A．生産活動 B．生産の技術的制約 C．費用曲線　D．最適規模

V 競争市場均衡 A．競争市場均衡 B．消費者余剰と生産者余剰 C．競争均衡の最適性

ＶＩ 独占 A．独占企業の利潤最大化　B．完全競争と独占の比較

VII　交換経済

VIII　公共財供給

（講義方針）

毎回授業の復習を行うことが必要。各項目ごとに内容の理解を深めることを目的として「演習問題」を配布する予定である。出席は取らないが、これは出席するのは当然であるという認識に立っているからである。ステップ・バイ・ステップで知識を積

み重ねて理解していく科目であるから、たまに出席しても講義内容を全く理解できないであろう。必ず１回目の授業から出席のこと。

成績評価の方法：試験と宿題をもとに評価する．病気・事故等の特別の場合を除いて、レポート・再試験による救済措置は取らないので、各試験に全力を尽くすこと。

（テキスト）
特定のテキストは使わない。
（参考書）
武隈愼一　「ミクロ経済学」（新世社，1999 年）
石井、西条、塩沢　「入門・ミクロ経済学」　（有斐閣、1995 年）
石井、西条、塩沢　「演習入門・ミクロ経済学」　（有斐閣、1996 年）

奥野正寛 「ミクロ経済学入門」 （日経文庫、1990年）
伊藤元重　「ミクロ経済学」　（日本評論社、1992年）
西村和雄　「ミクロ経済学入門」（岩波書店，1995年）

西村和雄　「ミクロ経済学」　東洋経済新報社
Mas-Collel, A., M.D. Whinston, and J.R. Green, Microeconomic Theory, Oxford University Press, 1995.
Varian, H.R., Microeconomic Analysis, 3rd edition, Norton, 1992, ISBN 0-393-95735-7
（第２版の日本語訳：ハル　R．ヴァリアン「ミクロ経済分析」勁草書房）

Ⅰ．消費者行動の理論

Ａ．選好順序

１．財の組合せに対する選好

例）二つの財：焼き鳥，ビール．

５種類の二つの財の組合せ：（焼き鳥の本数，ビールの本数）

A:（４，１），B:（２，２），C:（０，４），D:（１，２），E:（４，０）

これらの５つの組合せをあなたが欲しい順に，順番をつけて下さい．

問１：ＡをＢより好む人？　ＢをＡより好む人？　ＡとＢは同じ，無差別な人？

観察結果１：

問２：ＡをＢより好む人？　ＢをＣより好む人？　ＣをＡより好む人？

観察結果２：

問３：ＤをＢより好む人？

観察結果３：

問４：ＢをＣより好む人？　ＢをＥより好む人？

観察結果４：

人々の好みは一般的なある性質をもっているようである→消費行動の科学的分析まず，財の組合せを図に書いて表す．

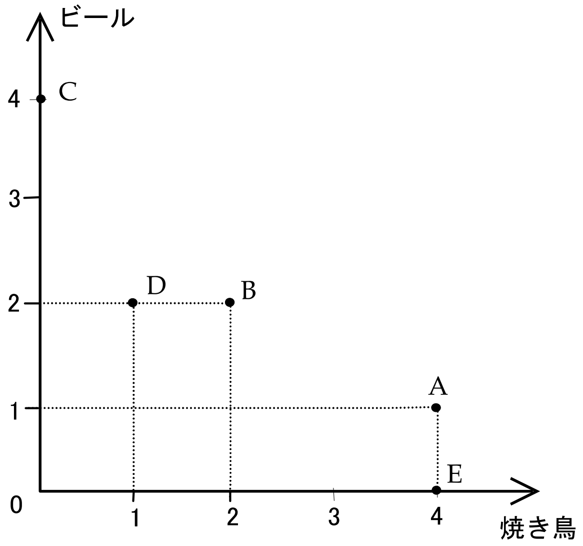


図１．１：財の組合せ

２．選好順序に関する基本的仮定（公理）

完全性：あらゆる二つの組合せ，Ａ，Ｂ，について，両者の比較が可能である，つまり，ＡはＢより好まれるか，ＢはＡより好まれるか，もしくはＡとＢは無差別であるかの内，いづれか一つは成立する．

推移律：あらゆる三つの組合せ，Ａ，Ｂ，Ｃ，について，もしＡがＢより好まれ，ＢがＣより好まれたならば，ＡはＣより好まれる．

単調性：あらゆる二つの異なる組合せ，Ａ，Ｂ，について，もし，すべての財について，ＡがＢより多くの量を含んでいるか，もしくはＡがＢと同じの量を含んでいるならば，ＡはＢより好まれる．

３．効用関数

選好を記述する方法として「効用」という概念を用いる．さまざまな財の組合せについて，以下の性質を満たす「効用」と呼ばれる数値を割り当てる：二つの組合せ，Ａ，Ｂ，について

(i)　$u(A) > u(B)$　$\Leftrightarrow$　ＡがＢより好まれる．

(ii)　$u(A) = u(B)$　$\Leftrightarrow$　ＡとＢが無差別である．

上記の性質を満たす関数$u{:}\Re_+^2 \to \Re$を「効用関数」という（ここで$\Re_+^2$は非負の２次元実数空間，$\Re$は１次元実数空間を表す）．つまり，効用関数とは，（ｉ）より好まれる財の組合せにより大きな数値を割り当て，(ii) 無差別な財の組合せには同じ数値を割り当てるという要領で，すべての可能な財の組合せに数値を割り当てる方法である．一つの選好を表す効用関数はたくさんあり得ることに注意しよう．

以下では多くの場合，微分可能な効用関数を考える．

（ｉ）財の数が一つの場合：単調性の仮定より，効用関数は右上がりとなる．

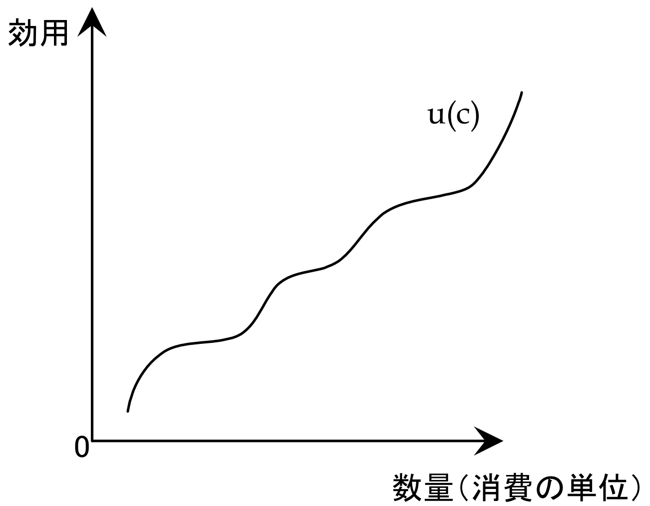


図３．１：財の数が一つの場合の効用関数

(ii)　財の数が二つの場合

２種類の財	X	焼き鳥	ミカン	牛肉	プロレス
	Y	ビール	リンゴ	野菜	歌

x：財Ｘの量　　y：財Ｙの量

効用は関数$u(x,y)$で表される．　例）$u(A) = u(4,1)$

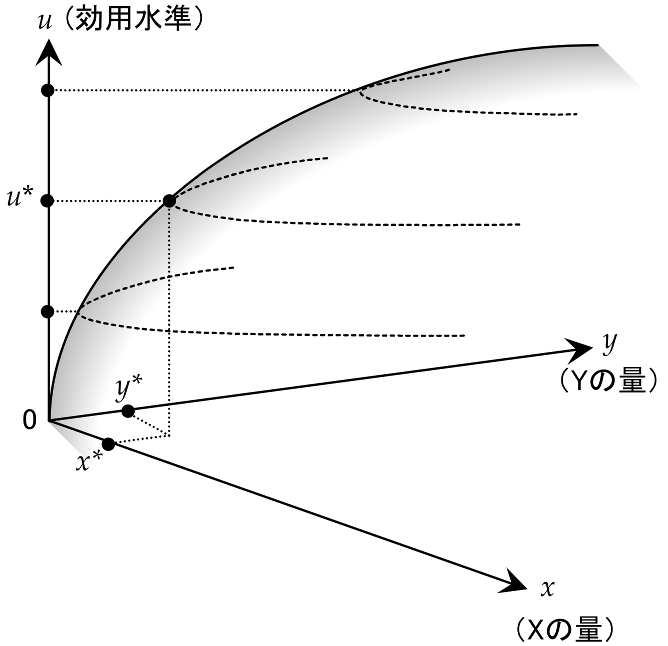


図３．２：財の数が二つの場合の効用関数

３次元のグラフ．財の組合せが$(x*, y*)$の時，効用水準は$u* = u(x*, y*)$となる．単調性より，二つの財の消費量が増加し，原点から離れるほど，効用水準は高い．

４．無差別曲線

効用関数の立体図は３次元のグラフで解りにくい．そこで，立体図をある高さ（効用の水準）で水平に切って，その断面図を平面に投影してみよう（上から眺めてみよう）．すると，地図や天気図で用いられるような等高線のような曲線が得られる．違う高さで断面図を切って，それをまた平面に投影することを繰り返すと，以下のような曲線群が得られる．

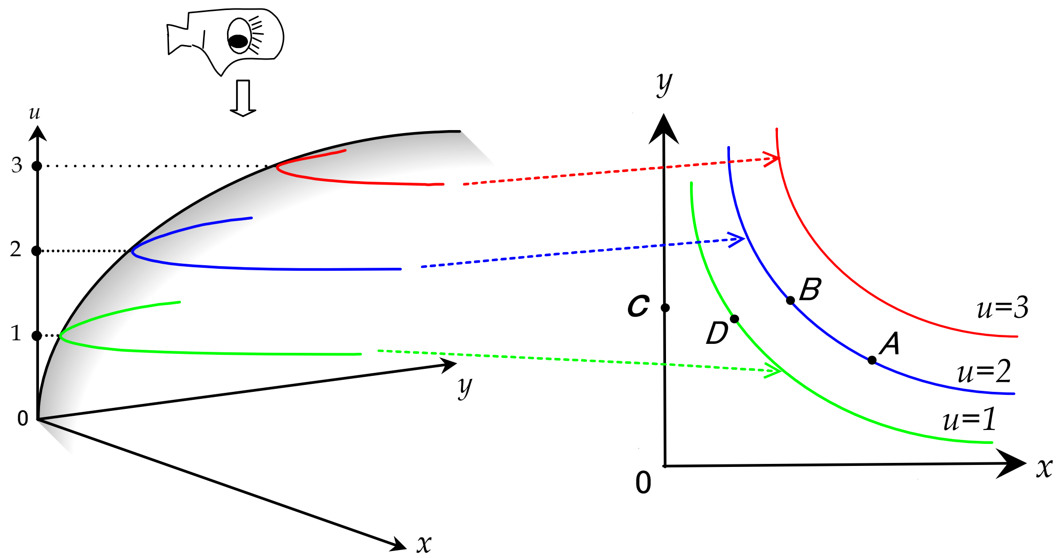


図４．１：無差別曲線群

ＡはＣ，Ｄより好まれる．ＡとＢは同じ効用をもたらす，ＡとＢは無差別である．
ＢはＣ，Ｄより好まれる．ＤはＣより好まれる．

無差別曲線：同じ効用をもたらす財の組合せの集まり．つまり，消費者にとって無差別であるような財の組合せの集まり．

無差別曲線の性質

性質１：全ての点(x,y)について，その点を通る無差別曲線が一本存在する．どのような組合せも比べることができ，組合せの順位は効用水準で表すことができる．

　性質１は完全性の仮定より導かれる．

性質２：各々の無差別曲線に割り当てられている数値は，それらの順位さえ変えなければ，他の数値に置き換えてもよい．この性質は，**効用の序数性**と呼ばれる．

　性質２は効用関数の定義より導かれる．

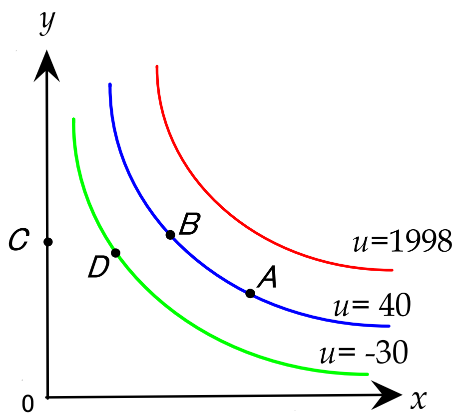


図４．２：効用の序数性

性質３：右上に位置する無差別曲線上の組合せは，左下に位置する無差別曲線上の組合せより高い効用をもたらす.

性質３は単調性の仮定より導かれる.

性質４：無差別曲線は右下がりである．同じ効用水準を保つためには，Ｘの量が増えたならば，Ｙの量は減少しなければならない.

性質４は単調性の仮定より導かれる.

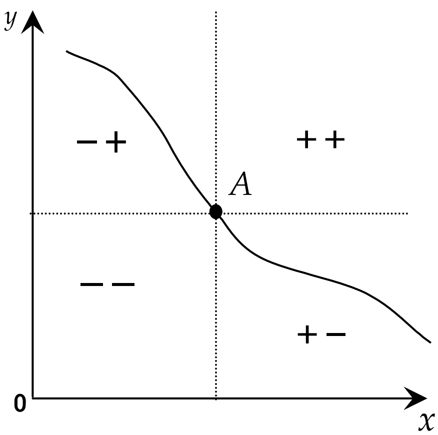


図４．３：無差別曲線は右下がり

Ａを通る無差別曲線は[−＋]か[＋−]の領域を通り，[＋＋]および[−−]の領域は通らない.

性質５：無差別曲線はお互いに交わらない.

性質５は推移律と単調性の仮定より導かれる.

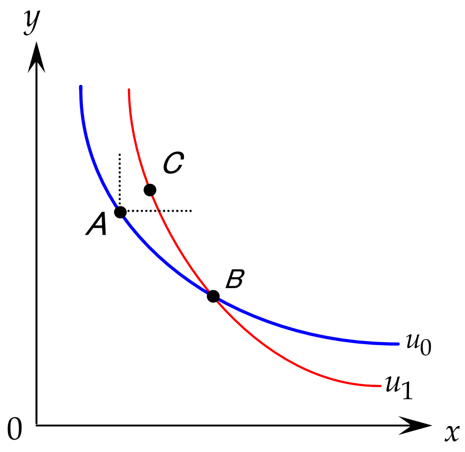


図４．４：無差別曲線は交わらない．

いま，図４．４で示されるように，二つの無差別曲線u_0，u_1が交わったとする．

ＡとＢは同じ無差別曲線上にあるので，ＡとＢは無差別である．

ＢとＣは同じ無差別曲線上にあるので，ＢとＣは無差別である．

よって，推移律よりＡとＣは無差別である．

ところが，ＣはＡより両方の財に関して消費量が多いので，単調性より，ＣはＡより好まれる．

もし無差別曲線が交わるならば，推移律から導かれる結論とから単調性から導かれる結論とが異なってしまい，矛盾する．逆に言うと，推移律と単調性の両方が成立するならば，無差別曲線は決して交わることはない．

以下の図で表される無差部曲線u_0上の任意の２点 a, b をとり，それらを結ぶ直線 ab を考えよう．この直線 ab は無差部曲線u_0よりも右上に位置していることに注意しよう．つまり，直線 ab 上にある任意の点，例えば c 点，において得られる効用u_1は，a 点, b 点において得られる効用u_0よりも高い．このような特性を持つ無差別曲線を**凸な無差別曲線**と呼ぶ．

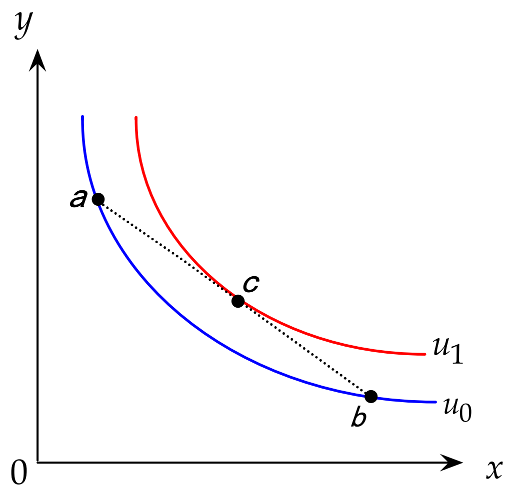


図４．５：凸な曲線

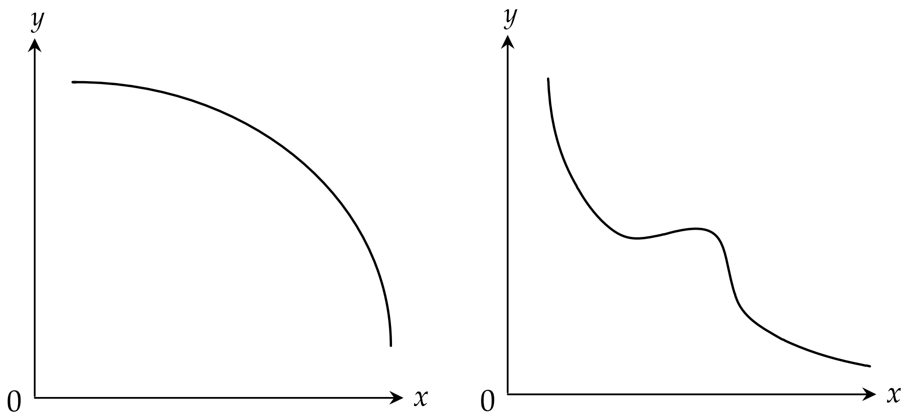


図４．６：凸でない曲線

性質６：無差別曲線は凸である．

性質６は新しい選好に関する仮定であり，完全性，推移律，単調性や効用関数の定義などから導くことはできない．

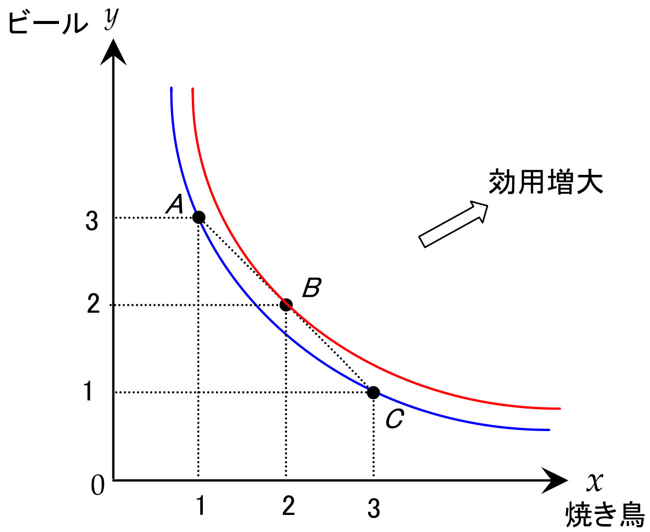


図４．７：無差別曲線の凸性の意味

焼き鳥とビールは偏って消費するより，組み合わせて消費する方が効用は高い．

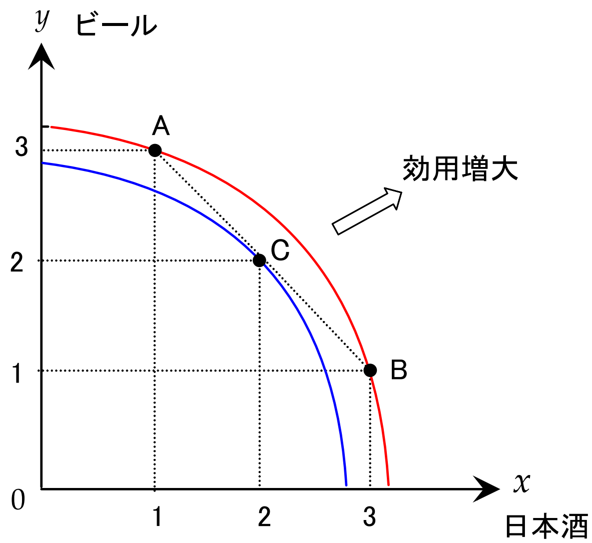


図４．８：凸でない無差別曲線の例

日本酒とビールをチャンポンで飲むと悪酔いするので効用は下がる．

無差別曲線の凸性の意味は他にもあり，それは次節で議論する．

５．限界代替率

５．１．限界代替率とは

財の組合せ (x,y) における財Ｘの財Ｙで測った**限界代替率** (Marginal Rate of Substitution) とは，消費者が同じ無差別曲線上にとどまるには，財Ｘの消費量を x からもう１単位増やしたとき，財Ｙの消費量を y からいくら減少させてもよいと思って

いるか，つまり，効用水準が変わらないという条件のもとで，財Xを余分に1単位もらえる時に手放してもよいと思っている財Yの量を示すものである．これを記号 $MRS(x,y)$ で表す．

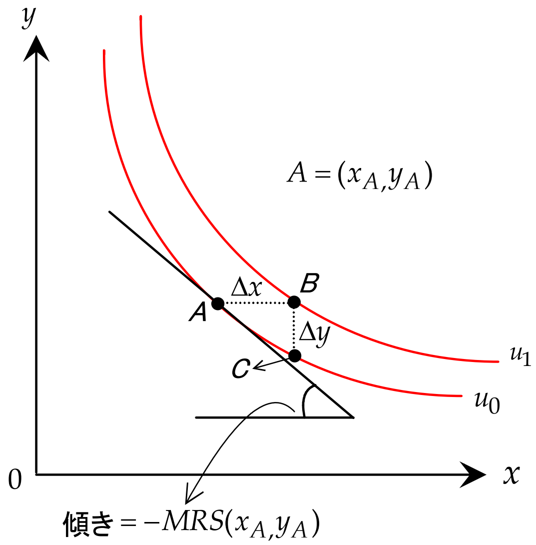


図５．１：限界代替率

いま，ある消費者に関して，点 $A=(x_A,y_A)$ から $\Delta x>0$ だけ財Xの消費を増やし，B点へ移ったとしよう．このままだと，この消費者の効用は u_0 から u_1 へ増大してしまう．消費者を以前の効用水準 u_0 に戻すためには，財Yの消費量を $\Delta y<0$ だけ減少させ，B点からC点へ移る必要がある． 財Xの増加量 Δx が微小であるとき，比率 $-\Delta y/\Delta x$ は $A=(x_A,y_A)$ における無差別曲線に対する接線の傾きの大きさで示すことができる．

上図のように，無差別曲線が微分可能な時には， (x,y) における財Xの財Yで測った限界代替率は，(x,y) における無差別曲線に対する接線の傾きの大きさ（この場合，傾きは負の値をとるので傾きの絶対値）に等しいものとする：

$$MRS(x,y)=-\left.\frac{dy}{dx}\right|_{du=0}=-\lim_{\Delta x\to 0}\left.\frac{\Delta y}{\Delta x}\right|_{du=0}.$$

つまり, 財Xの財Yで測った限界代替率は, 財Xの消費量を微小量増加させた時に, 効用 u を一定の水準に保つ（$du=0$）ために必要な財Yの消費量の減少分を表す．財Xの1単位を十分に小さな値にとれば, これは財X1単位当りの財Yの減少分を表すものである．

５．２　限界効用と限界代替率

限界効用：ある財の組合せ(x,y)における財Xの限界効用$MU_X(x,y)$は，財Yの消費量を一定の量yに固定したままで, 財Xの消費量をxからさらにもう１単位増加することによって，どれだけ効用が変化するかを表す.

効用関数uがxに関して偏微分可能な時には，(x,y)における財 X の限界効用は，(x,y)における効用関数uのxに関する偏微分係数

$$MU_X(x,y)=\frac{\partial u}{\partial x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{u(x+\Delta x,y)-u(x,y)}{\Delta x}$$

であるとする．つまり，財Yの消費量を一定の量に固定して，財 X の消費量を微小量増加させた時の効用の変化率を表す．財 X の１単位を十分に小さな値にとれば，これは財 X の増分１単位当りの効用の増分を表すものである.

同様に，ある財の組合せ(x,y)における財Yの限界効用$MU_Y(x,y)$は，財Xの消費量を一定の量xに固定したままで, 財Yの消費量をyからさらにもう１単位増加することによって，どれだけ効用が変化するかを表す.

効用関数uがyに関して偏微分可能な時には，(x,y)における財 Y の限界効用は，(x,y)における効用関数uのyに関する偏微分係数

$$MU_Y(x,y)=\frac{\partial u}{\partial y}=\lim_{\Delta y\to 0}\frac{u(x,y+\Delta y)-u(x,y)}{\Delta y}$$

であるとする．つまり，財 X の消費量を一定の量に固定して，財 Y の消費量を微小量増加させた時の効用の変化率を表す．財 Y の１単位を十分に小さな値にとれば，これは１単位当りの効用の増分を表すものである.

例）焼き鳥の量を$y=3$本に固定しままで，ビールの量を増やして行ったときの効用の変化量が$MU_X(x,3)$である.

$MU_X(0,3)\approx \Delta u=u(1,3)-u(0,3)>0$

$MU_X(1,3)\approx \Delta u=u(2,3)-u(1,3)>0$

$MU_X(2,3) \approx \Delta u = u(3,3) - u(2,3) > 0$

２杯目のビールより１杯目のビール，３杯目のビールより２杯目のビールの方がうまいので， $MU_X(0,3) > MU_X(1,3) > MU_X(2,3)$.

効用関数uが２階偏微分可能な時には， $\frac{\partial}{\partial x} MU_X(x,y) = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} < 0$であれば，ビールの限界効用が減少することになる.

注：この例においては，効用の値は満足水準を表すもので，限界効用の値を比較することは意味があるとしている．このような効用関数を**基数的**効用関数と呼ぶ．ただし，消費者理論の大部分の結果は，序数的効用をもとにして導くことができ，効用を基数的であると解釈する必要はない.

限界代替率と限界効用の間の関係.

例）いま，財の組合せ$A = (x_A, y_A)$におけるＸの限界効用を$MU_X(x_A, y_A) = 3$，財の組合せ$A = (x_A, y_A)$におけるＹの限界効用を$MU_Y(x_A, y_A) = 4$としよう.

問）財の組合せ$A = (x_A, y_A)$における限界代替率はいくらか，つまり，この消費者が$A = (x_A, y_A)$の状態から，Ｘをもう１単位与えられたら，効用を同じ水準に保つためには，Ｙを何単位取り去らなければならないのか？

解）$MU_X(x_A, y_A) = 3$なので，財Ｘの消費を１単位増加する（$\Delta x = 1$）とすると，効用は３増加する．よって，効用を３下げるような値Δyだけ財Ｙの量を減少させねばならない．いま， $MU_Y(x_A, y_A) = 4$ なので， $\Delta y = -3 \div 4 = -3/4$ である．よって，点$A = (x_A, y_A)$ における限界代替率は $MRS(x_A, y_A) = -\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3}{4}$ である．この例で，

$\frac{MU_X(x_A, y_A)}{MU_Y(x_A, y_A)} = \frac{3}{4} = MRS(x_A, y_A)$という関係が成立することに注意しよう.

一般的に，効用関数が偏微分可能な場合に，上記のような関係が成立することを示すことができる．ＸとＹの微小量dx, dy変化した時における効用の変化量duは，効用関数$u(x, y)$を全微分することによって，以下の式で表される．

$$du = \frac{\partial u}{\partial x}dx + \frac{\partial u}{\partial y}dx$$

いま，効用水準が一定に保たれている，つまり$du = 0$であるとしよう．この時，上式を書き換えると，

$$-\left.\frac{dy}{dx}\right|_{du=0} = \frac{\partial u / \partial x}{\partial u / \partial y}$$

となる．すなわち，

$$MRS = \frac{MU_X}{MU_Y}$$

が成立する．

結果５．１：財Ｘの財Ｙで測った限界代替率＝Ｘの限界効用／Ｙの限界効用
＝－（無差別曲線の接線の傾き）

５．３　限界代替率逓減の法則

限界代替率は，財の組合せによって異なることに注意しよう．

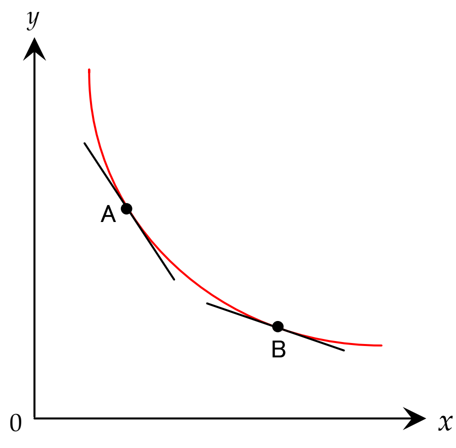


図５．２：限界代替率逓減の法則

点Ｂの方が点Ａより財Ｘの財Ｙで測った限界代替率が小さい．なぜか？　点Ｂの方が点Ａよりも，Ｘをより多く消費し，Ｙをより少なく消費しており，Ｙの方がＸより希少である．よって，Ｘを１単位増やす代わりにあきらめてのよいを思うＹの量も小さくなる．

限界代替率逓減の法則：一つの無差別曲線上に沿って，Ｘの消費量を増加し，Ｙの消費量を減少していくほど，財Ｘの財Ｙで測った限界代替率が小さくなること．

無差別曲線は凸になっているならば，限界代替率逓減の法則が成立する，つまり，

$$\frac{d}{dx}MRS = -\left.\frac{d^2y}{dx^2}\right|_{du=0} < 0.$$

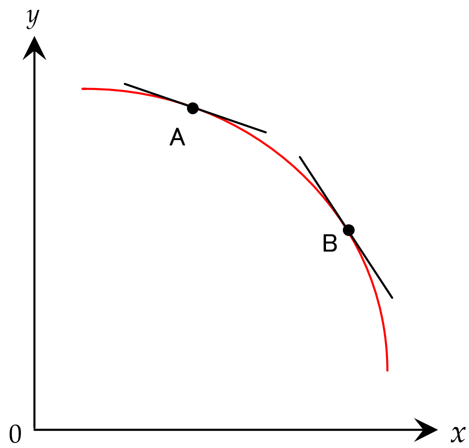


図５．３：凸でない無差別曲線に関しては，限界代替率逓減の法則は成立しない．

６．無差別曲線の例

世の中にはたくさんの種類の財がある．

財の組合せは代替的　—　ボールペンと鉛筆，コークとペプシ等

補完的　—　パンとバター，ゴルフボールとゴルフクラブ等

の両方の場合がある．ここでは二つの極端なケースについて考える．

６．１．完全代替財

消費者が，ある財と他の財を一定の固定比率で（必ずしも１対１の比率とは限らない）代替させる時，これらの財は**完全代替財**であるという．

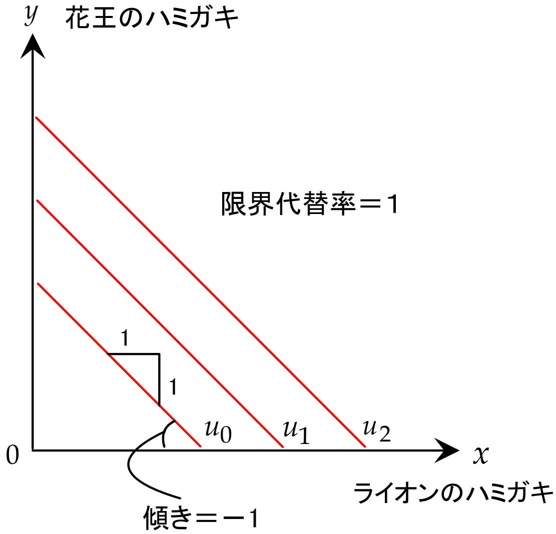


図６．１．：完全代替財の場合の無差別曲線

図６．１．で限界代替率は一定で，その値は１である．無差別曲線は－１の傾きを持つ平行な直線である．

６．２．完全補完財

消費者が，ある財と他の財を常に一定の固定比率で（必ずしも１対１の比率とは限らない）一緒に消費する時，これらの財は**完全補完財**であるという．

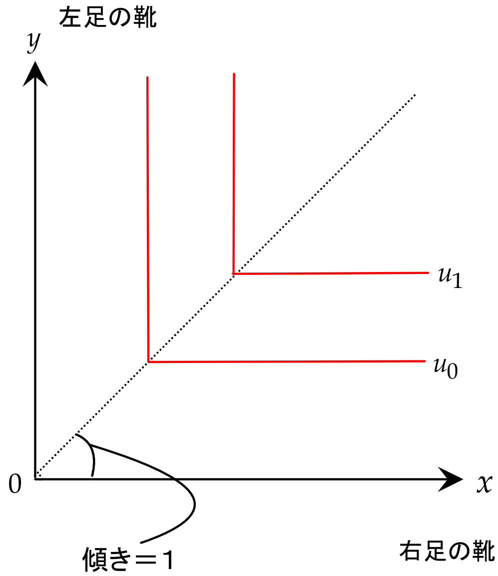


図６．２：完全補完財の場合の無差別曲線

６．３．右下がりでない無差別曲線

単調性が満たされないケース

量が多いほど好まれない財を**マイナスの財**（bad）という．例）ゴミ．騒音

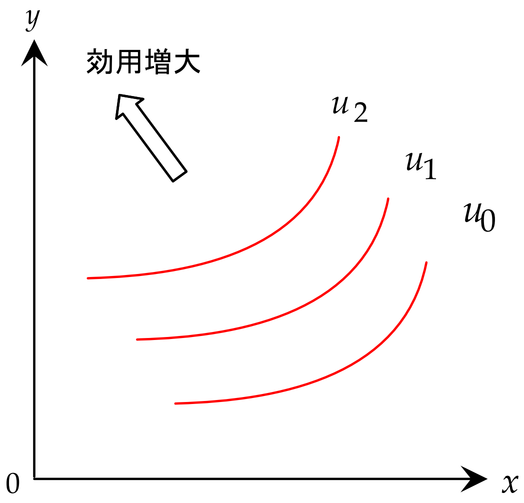


図 6.3：Xがマイナスの財,

Yは単調性を満たす財(good)

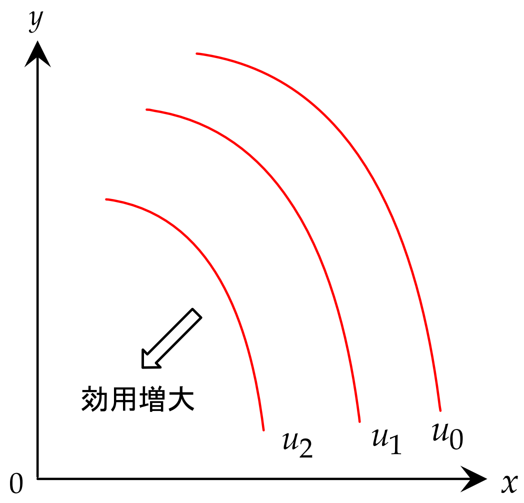


図 6.4：X，Yともにマイナスの財

消費者が気にかけない（役に立たない）財を**中立財**（neutral good）とよぶ.

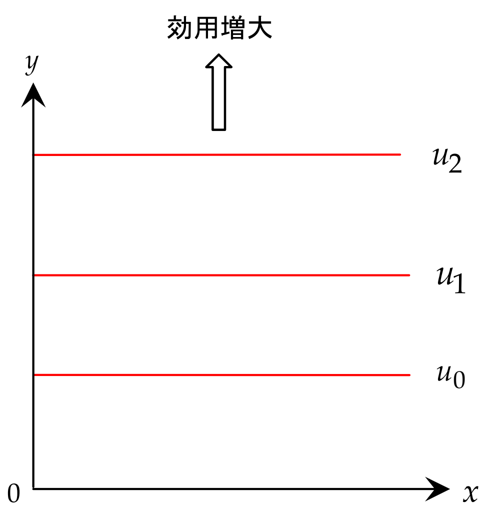


図６．５：Xが中立財，Yは単調性を満たす財

右下がりでない無差別曲線は，この講義ではこれ以上扱わない．以下では，４章であげた性質１～６を満たす無差別曲線について分析する．（注：完全代替財のケースの無差別曲線は直線だが，このような無差別曲線も弱い意味で凸であるという．）

注:多くの財の組み合わせは,完全代替財と完全補完財の中間の関係にあるであろう．このような財の組み合わせに関する選好を表す効用関数の内，経済学では以下のものがよく分析される．

コブ＝ダグラス型効用関数：$u(x,y)=x^{\alpha}y^{\beta}$，　$\alpha>0,\beta>0,\alpha+\beta=1$

例えば，$u(x,y)=\sqrt{xy}$ はコブ＝ダグラス型効用関数の一種である（$\alpha=\beta=0.5$）．

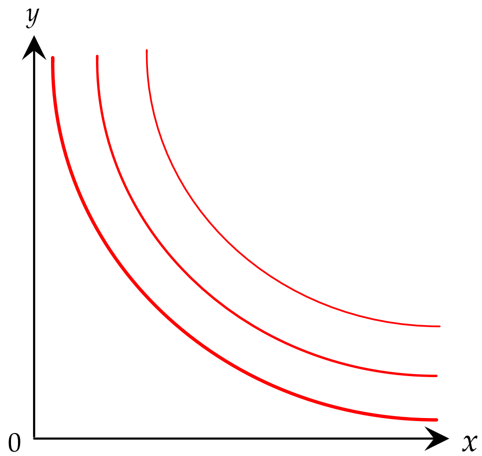


図６．６：コブ＝ダグラス型効用関数の無差別曲線：$u(x,y)=\sqrt{xy}$，　$\alpha=\beta=0.5$．

この場合，無差別曲線は対称な直角双曲線となる．一般に，コブ＝ダグラス型効用関数の無差別曲線は $\alpha>0,\beta>0$ であれば，双曲線となる．しかし，$\alpha=\beta=0.5$ でなければ対称形ではない．

演習問題１　Ｉ．消費の決定：Ａ．選好順序

１）　用語説明問題

a)　選好に関する基本的仮定を三つ挙げ、各々の定義を書け。

b)　２種類の財、X、Yがある場合について考える。以下の語句の定義を書き、図を用いて表せ：効用関数、無差別曲線、限界代替率，限界効用

c)　無差別曲線の性質を六つ挙げよ。

d)　なぜ無差別曲線があなたが列挙した六つの性質を満たすのか、説明せよ。各性質が、選好に関する基本的仮定、効用関数の定義、限界代替率逓減の法則のうち、どれと関連しているか明記すること。

e)　「限界代替率」の経済的意味を書け。

f)　「限界代替率逓減の法則」とは何か？どうしてこの法則が成立するのか

g)　限界代替率と限界効用の間にはどのような関係が成立するか？なぜ，そのような関係が成立するか示せ.

h)　「完全代替財」、「完全補完財」の定義を書け。

i)　「完全代替財」、「完全補完財」の例を各々三つずつ挙げ、無差別曲線を書け。

２）(イ)シゲル君のフライドチキン（X）とビール（Y）に関する選考は、以下の効用関数で表せるものとする：$u(x,y)=xy$

ａ）彼がフライドチキンを９本（x＝９）、ビールを２本（y＝２）消費したときの、効用水準 $u(9,2)$ を求めよ。

ｂ）彼がフライドチキンを４本（x＝４）食べたとき、ａ）と同じ効用水準をもたらすためにはビールを何本飲めばよいか？

ｃ）彼がフライドチキンを１本（x＝１）食べたとき、ａ）と同じ効用水準をもたらすためにはビールを何本飲めばよいか？

ｄ）効用水準がａ）で求めた値の時の無差別曲線を描け。

ｅ）効用水準がｕ＝３０、ｕ＝４０の時の無差別曲線を描け。

ロ)いま、ナオキ君の効用関数が　$u(x,y)=5xy$ であったとする。上記ａ）～ｄ）の問に答えよ。

ｅ）効用水準がｕ＝１５０、ｕ＝２００の時の無差別曲線を描け。

ハ）いま、トシアキ君の効用関数が $u(x,y)=xy^2$ であったとする。

ａ）彼がフライドチキンを９本（ｘ＝９）、ビールを２本（ｙ＝２）消費したときの、効用水準を求めよ。

ｂ）彼がフライドチキンを４本（ｘ＝４）食べたとき、ａ）と同じ効用水準をもたらすためにはビールを何本飲めばよいか？

ｃ）彼がフライドチキンを１本（ｘ＝１）食べたとき、ａ）と同じ効用水準をもたらすためにはビールを何本飲めばよいか？

ｄ）効用水準がａ）で求めた値の時の無差別曲線を描け。

ｅ）効用水準がｕ＝１４４、ｕ＝３２４の時の無差別曲線を描け。

ニ)ナオキ君，シゲル君，トシアキ君は，異なった選好順序を持っていると言えるか？

３) 二つの財の組み合せ A, B に関して，「A が B より好まれる」ことを記号「$A \succ B$」,「A と B が無差別である」ことを記号「$A \sim B$」，「A が B より好まれるかもしくは A と B が無差別である (B が A より好まれることはない)」ことを記号「$A \succsim B$」と表す.

ａ）これらの記号を用いて，選好の「完全性」「推移律」「単調性」を述べよ.

ｂ）無差別曲線の凸性が成立するためには，選好順序はどのような性質を満たしていなければならないか？（この性質は「選好の凸性」と呼ばれる）．上記の記号を用いて答えよ.

４） ａ）タカシ君はお酒が大好きで、底なしである。彼は、お酒ならビールでも日本酒でもよく、お酒の総量が多いほどよいそうである。横軸にビールの量（ｘ）、縦軸に日本酒の量（ｙ）をとった平面に、彼の無差別曲線を描きなさい。

ｂ）アツコさんはブラッティ・マリーが大好きである。ブラッティ・マリーを作るには、ウォッカとトマトジュースを３分の１と３分の２の割合でミックスする。余ったウォッカやトマトジュースは捨ててしまうそうである。ウォッカの量（ｘ）を横軸、

トマトジュースの量（ｙ）を縦軸にとった平面に、彼女の無差別曲線を描け。

ｃ）タカシ君とアツコさんの選好を表す効用関数$u(x,y)$を各々式で表せ.

ｄ）タカシ君の日本酒とビールのあいだの限界代替率と、アツコさんのウォッカとトマトジュースのあいだの限界代替率を、それぞれ求めよ。

ｅ）それぞれの場合、限界代替率は財の組合せに依存しているか？依存しているとすれば、限界代替率逓減の法則を満たしているか？

５）ａ）Ｘが中立財，Ｙは単調性を満たす財であるとしよう．このとき効用関数は式ではどう表せるか？この関数はコブ＝ダグラス型関数の特殊ケースになっているが，α,βの値はいくらか？

ｂ）Ｙが中立財，Ｘは単調性を満たす財であるとしよう．このとき効用関数は式ではどう表せるか？この関数はコブ＝ダグラス型関数の特殊ケースになっているが，α,βの値はいくらか？

ｃ）ａ）とｂ）の答えから，コブ＝ダグラス型関数のα,βの値に関して，どのような解釈ができると思うか？

６）イ）以下の効用関数の各々に関して，限界代替率$MRS(x,y)$を求めよ．また，限界代替率逓減の法則が成立していることを示せ.

ａ）$u(x,y)=x^{3/4}y^{1/4}$．ｂ）$u(x,y)=x^3y$．ｃ）$u(x,y)=3\ln x+\ln y$（ln は自然対数）.

二つの効用関数uとvの間に，$v=F(u)$，$F'>0$という関係があるとき，**効用関数vは効用関数uの単調変換である**と言われる.

ロ）上記のｂ）とｃ）の効用関数が，a）の効用関数の単調変換になっていることを示せ.

ニ）一般的な二つの効用関数uとvに関して，効用関数を単調変換しても限界代替率は変わらないことを示せ.

B．予算制約

どのような財の組合せが購入可能なのか？　←　所得と財の価格に依存

7．予算制約

7．1　予算制約と予算線

２種類の財　p_x：Xの価格　　p_y：Yの価格　　I：所得

予算制約：Xの支出額とYの支出額を加えたものが所得を超えないこと，つまり，

$$p_x \cdot x + p_y \cdot y \leq I .$$

予算制約を満たす財の組合せの集合を図に書いて表そう．この集合の境界線

$$p_x \cdot x + p_y \cdot y = I$$

のことを**予算線**という．上式を書き換えると，以下のようになる．

$$y = -\frac{p_x}{p_y} \cdot x + \frac{I}{p_y}$$

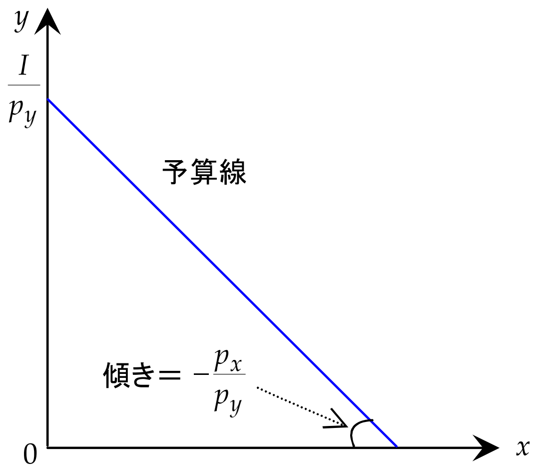


図7．1　予算線

y 切片：$\dfrac{I}{p_y}$　　$x = 0$ の時，購入することのできるYの量.

x 切片：$\dfrac{I}{p_x}$　　$y = 0$ の時，購入することのできるXの量.

傾き：$-\dfrac{p_x}{p_y}$　　$\dfrac{p_x}{p_y}$ は，全ての所得を使っているとき，Xをもう１単位買うためにはYをいくらあきらめなければならないかを示す.

例） $p_x = 100$ 円， $p_y = 50$ 円， $\dfrac{p_x}{p_y} = 2$，Xをもう１単位買うためにはYを２単位あきらめなければならない.

例） $p_x = 10$， $p_y = 2$， $I = 100$ （単位，円，ドル，フラン等）

予算線： $10x + 2y = 100$，つまり， $y = -5x + 50$.

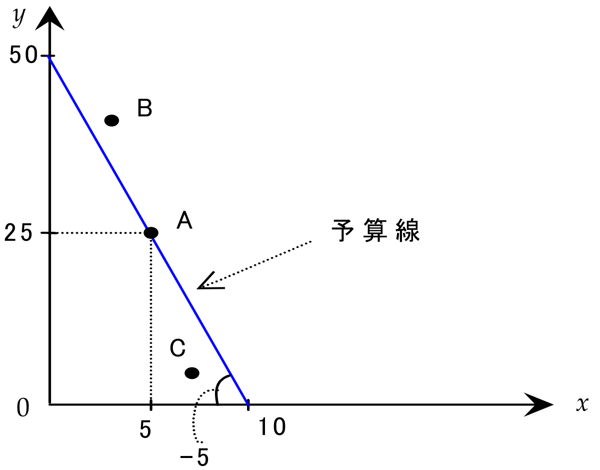


図７．２：予算線：$p_x = 10$，$p_y = 2$，$I = 100$

A=(5,25) : 予算制約を満たし, かつ予算線上にある. B=(3,40) : 予算制約を満たさない.
C=(8,6)：予算制約を満たすが，予算線上にない.

７．２．　予算制約の変化

ここでは３種類の変化について考察する.

ａ）所得の変化

所得の増加：$I^0 < I^1$　XとYの価格 p_x, p_y 変化なし　予算線は右上に平行シフトする. 傾きは変化なし.

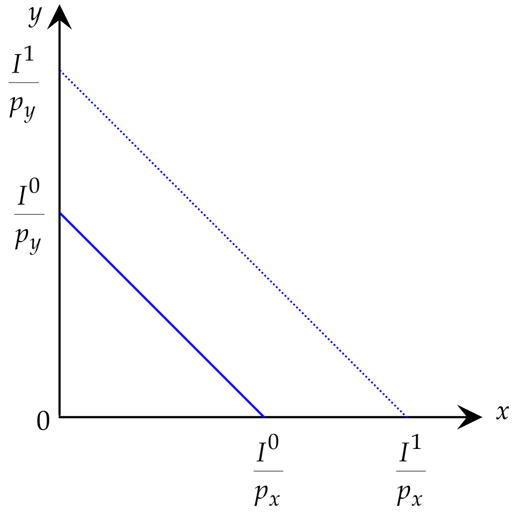


図７．３：所得の変化

ｂ）Ｘの価格の変化

Ｘの価格が上昇：$p_x^0 < p_x^1$　Ｙの価格 p_y と所得 I は変化なし

予算線は y 切片を軸にして左下へ回転．傾きは上昇，y 切片は変化なし，x 切片は左へ移動．

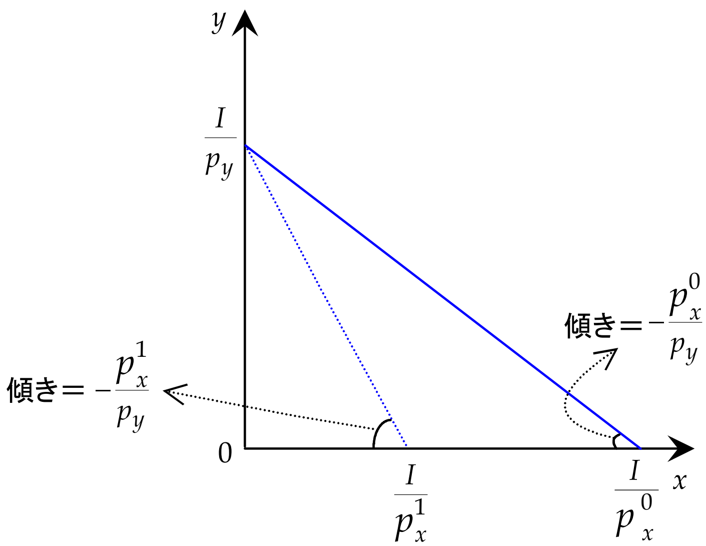


図７．４：Ｘの価格の変化

ｃ）Ｙの価格の変化

Ｙの価格が上昇：$p_y^0 < p_y^1$　Ｘの価格 p_x と所得 I は変化なし．

予算線は x 切片を軸にして左下へ回転．傾きは減少，x 切片は変化なし，y 切片は下降．

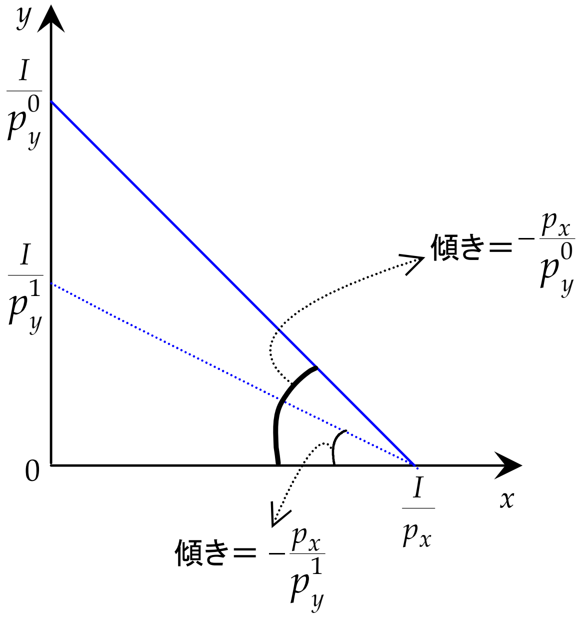


図７．５：Ｙの価格の変化

Ｃ．消費者の選択

以下では次のことを仮定する.

合理性の仮定：各個人は，購入可能な財の組合せの中から，最も好ましい財の組合せを選択し，消費する，つまり，消費者は予算制約の下で最も高い効用をもたらす財の組合せを選択する.

８．最適な財の組合せ

８．１．効用最大化条件

問）いま，無差別曲線と予算線が以下の図で示すように与えられたとしよう．合理性の仮定の下では，どの財の組合せが選ばれるのか？

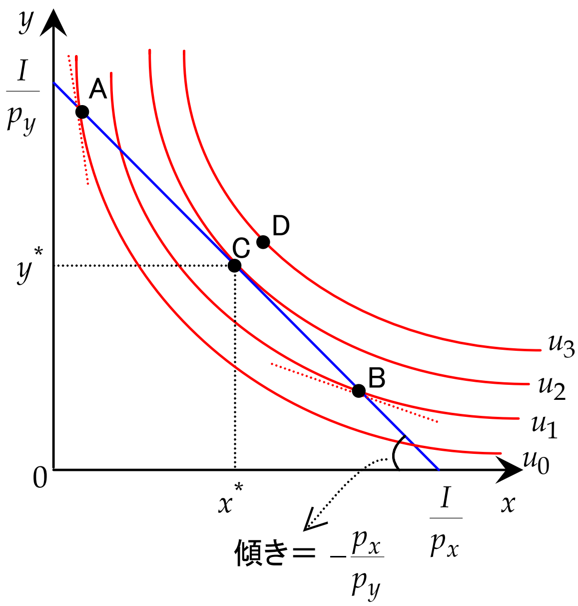


図８．１：最適な選択

解）消費者が選ぶ最適な選択は，予算線上にあり最も高い効用をもたらす組合せ $C=(x^*,y^*)$ である．なぜか？

無差別曲線は凸であり，予算線と無差別曲線の接点はただ１点Ｃに決まる．このＣ点より大きな効用をもたらし，なおかつ予算線上にあるような財の組合せは存在しない．例えば，Ｂ点のように，予算線上にあるが，Ｃ点よりＸをより多く消費し，Ｙをより少なく消費する財の組合せを通る無差別曲線の効用 u_1 は，Ｃ点を通る無差別曲線の効用 u_2 よりも小さい．

同様に，Ａ点のように，予算線上にあるが，Ｃ点よりＹをより多く消費し，Ｘをより少なく消費する財の組合せを通る無差別曲線の効用 u_0 は，Ｃ点を通る無差別曲線の効用 u_2 よりも小さい．また，Ｄ点はＣ点より高い効用 u_3 をもたらすが，予算制約を満たさず，購入可能でない．

結果８．１：消費者が選択する最適な財の組合せは，予算線と無差別曲線の接点である．

結果８．２：消費者が選択する財の組合せ (x^*,y^*) において，無差別曲線の接線の傾きと予算線の傾きが等しくなっている，つまり，

$$限界代替率＝価格比，\quad MRS(x*,y*)=\frac{p_x}{p_y}$$

が成立している．

なぜか？結果８．２の式 $MRS=\frac{p_x}{p_y}$ が成立していない時，予算制約を満たす別の財の組合せを選択することによって効用を増大することが可能であるからである．例えば，Ａ点においては，$MRS>\frac{p_x}{p_y}$ が成立している．この事は，「財Ｘをもう１単位余分に消費した時支払ってもよいと思っている財Ｙの量」が「財Ｘをもう１単位余分に買うためにあきらめなければならない財Ｙの量」より大きいことを意味している．よって，消費者はＸの消費量を増加しＹの消費量を減少させる取引を行うことによって，つまり，予算線上の右下に移動することによって，効用を増大することできる．

逆に，Ｂ点においては，$MRS<\frac{p_x}{p_y}$ が成立しているので，消費者はＹの消費量を増加しＸの消費量を減少させる取引を行うことによって，つまり，予算線上の左上に移動することによって，効用を増大することできる．

$MRS=\frac{p_x}{p_y}$ が成立しているＣ点においてのみ，消費者は，取引を行い別の組合せに変えることによって効用を増大することはできない．

結果８．３：消費者にとって最適な財の組合せは，以下の二つの連立方程式を解くことによって求めることができる．

（１）$MRS(x,y)=\frac{p_x}{p_y}$　（最適消費の条件）

（２）$p_x\cdot x+p_y\cdot y=I$　（予算線）

p_x，p_y，I の値が与えられた下で，未知数 x, y について解く．

いま，結果５．１：$MRS(x*,y*)=\dfrac{MU_X(x*,y*)}{MU_Y(x*,y*)}$ と結果８．２：$MRS(x*,y*)=\dfrac{p_x}{p_y}$ より，最適な組合せ$(x*,y*)$においては,

$$\frac{MU_X(x*,y*)}{MU_Y(x*,y*)}=\frac{p_x}{p_y},\ \text{限界効用の比＝価格比}$$

が成立する．上式を書き換えると,

$$\frac{MU_X(x*,y*)}{p_x}=\frac{MU_Y(x*,y*)}{p_y}$$

つまり，１円当たりの限界効用が，二つの財について等しくなっている．

結果８．３′：消費者にとって最適な財の組合せは，以下の二つの連立方程式を解くことによっても求めることができる．

（１′）$\dfrac{MU_X(x,y)}{p_x}=\dfrac{MU_Y(x,y)}{p_y}$　（最適消費の条件）

（２）$p_x\cdot x+p_y\cdot y=I$　（予算線）

p_x，p_y，I の値が与えられた下で，未知数 x, y について解く．

８．２　効用最大化条件のラグランジェ法による導出

制約条件付き最大化問題：制約条件 $g(x,y)=0$ のもとで，目的関数の値 $z=f(x,y)$ を最大にする x,y の値を求めよ．

$g(x,y)=I-p_x\cdot x-p_y\cdot y=0$ とすれば，制約条件 $g(x,y)=0$ は予算制約条件となる．さらに，目的関数 $f(x,y)$ を効用関数 $u(x,y)$ とすることによって，予算制約の下での効用最大化問題は制約条件付き最大化問題の一種であることがわかる．

ラグランジェの定理：制約条件付き最大化問題の解は，連立方程式

(1) $g(x,y)=0$，　$\dfrac{\partial f(x,y)}{\partial x}\bigg/\dfrac{\partial g(x,y)}{\partial x}=\dfrac{\partial f(x,y)}{\partial y}\bigg/\dfrac{\partial g(x,y)}{\partial y}$

または,

(1′) $g(x,y)=0$，　$\dfrac{\partial}{\partial x}\left[f(x,y)+\lambda g(x,y)\right]=0$，　$\dfrac{\partial}{\partial y}\left[f(x,y)+\lambda g(x,y)\right]=0$　（$\lambda\neq 0$ は定数）

の解の中から得られる．

証明：条件 $g(x,y)=0$ から，一般に y は x の関数となるから，z は x の関数とみなすことができる．よって，$z=f(x,y)$ と $g(x,y)=0$ を x について微分すると以下の式を得る：

$$\frac{dz}{dx}=\frac{\partial f}{\partial x}+\frac{\partial f}{\partial y}\frac{dy}{dx}\,,\quad \frac{\partial g}{\partial x}+\frac{\partial g}{\partial y}\frac{dy}{dx}=0\,.$$

これら二つの式から $\dfrac{dy}{dx}$ を消去して，$\dfrac{dz}{dx}=\dfrac{\partial f}{\partial x}-\dfrac{\partial f}{\partial y}\dfrac{\partial g}{\partial x}\bigg/\dfrac{\partial g}{\partial y}$．また最大値では $\dfrac{dz}{dx}=0$ が成立するので，$\dfrac{\partial f(x,y)}{\partial x}\bigg/\dfrac{\partial g(x,y)}{\partial x}=\dfrac{\partial f(x,y)}{\partial y}\bigg/\dfrac{\partial g(x,y)}{\partial y}$ を得る．従って，この式と $g(x,y)=0$ から，z の最大値は求まる．

いま，$\dfrac{\partial f(x,y)}{\partial x}\bigg/\dfrac{\partial g(x,y)}{\partial x}=\dfrac{\partial f(x,y)}{\partial y}\bigg/\dfrac{\partial g(x,y)}{\partial y}=-\lambda$

とおくと，$\frac{\partial}{\partial x}\left[f(x,y)+\lambda g(x,y)\right]=0$，$\frac{\partial}{\partial y}\left[f(x,y)+\lambda g(x,y)\right]=0$ を得る．

注：$g(x,y)=I-p_x\cdot x-p_y\cdot y=0$，$f(x,y)=u(x,y)$ とすれば，ラグランジェの定理から消費者にとって最適な財の組合せにおいて成立している条件（**結果８．３**）を得ることができる．

ラグランジェ法：制約条件付き最大化問題は以下のようにして解くことができる．制約条件 $g(x,y)=0$，目的関数 $f(x,y)$，ある変数 $\lambda\neq 0$（ラングンジェ乗数と呼ばれる）を用いて，(x,y,λ) を変数とする新たな関数（ラングンジェ関数と呼ばれる）を作る．

$$L(x,y,\lambda)=f(x,y)+\lambda g(x,y)$$

このラングンジェ関数を各変数について偏微分してゼロとおく．その結果得られた連立方程式

$$\frac{\partial L(x,y,\lambda)}{\partial x}=\frac{\partial}{\partial x}\left[f(x,y)+\lambda g(x,y)\right]=0,\quad \frac{\partial L(x,y,\lambda)}{\partial y}==\frac{\partial}{\partial y}\left[f(x,y)+\lambda g(x,y)\right]=0,$$

$$\frac{\partial L(x,y,\lambda)}{\partial \lambda}=g(x,y)=0$$

を解くことによって制約条件付き問題の解を求めることができる（この連立方程式は（１′）に他ならない）

８．３　　最大化のための十分条件：2 階の条件

上記の定理は，制約付き最小化問題の解，制約付き極大化問題の解，制約付き極小化問題の解についても成立する．つまり，ラグランジェ法は制約付き最大，最小，極大，極小問題のいずれを解く場合でも用いることができる．連立方程式（１′）は「1 階の条件」と呼ばれ，最大化のための必要条件であるが十分条件ではない．

連立方程式（１′）の解が最大値であるためには，「2 階の条件」と呼ばれる十分条件も満たされなければならない．最大化問題に関しては，目的関数が凹性もしくは準凹性と呼ばれる性質を満たすならば，（１′）の解が最大値となることが知られている．

以下の四種類の定義の内，どれが成立しても最大化の十分条件となる．

強い意味の凹関数：関数の定義域に属する任意の異なる 2 点(x,y)，(x',y')と$0<t<1$について，

$f(tx+(1-t)x',ty+(1-t)y')>tf(x,y)+(1-t)f(x',y')$

が成立するとき，fは強い意味で凹関数であるといわれる．上式が等号で成立する場合も許した関数は，単に**凹関数**と呼ばれる．

強い意味の準凹関数：関数の定義域に属する任意の異なる 2 点(x,y)，(x',y')と$0<t<1$について，

$f(tx+(1-t)x',ty+(1-t)y')>\min\{f(x,y),f(x',y')\}$

が成立するとき，fは強い意味で準凹関数であるといわれる．上式が等号で成立する場合も許した関数は，単に**準凹関数**と呼ばれる．

強い意味の凹関数は，強い意味の準凹関数である．

効用関数に関しては，上記の「効用関数の準凹性」と以下で定義する「選好の凸性」の間には密接な関係がある．

任意の異なる 2 つの財の組合せ(x,y)，(x',y')について，「(x,y)が(x',y')より好まれる」ことを記号「$(x,y)\succ(x',y')$」，「(x,y)と(x',y')が無差別である」ことを記号「$(x,y)\sim(x',y')$」，「(x,y)が(x',y')より好まれるかもしくは(x,y)と(x',y')が無差別である（(x',y')が(x,y)より好まれることはない）」ことを記号「$(x,y)\succsim(x',y')$」と表す．

選好の強い意味の凸性：任意の異なる二つの財の組合せ(x,y)，(x',y')と$0<t<1$について，$(x,y)\succsim(x',y')\Rightarrow(tx+(1-t)x',ty+(1-t)y')\succ(x',y')$．

選好の凸性：任意の異なる二つの財の組合せ(x,y)，(x',y')と$0<t<1$について，

$$(x,y)\succsim(x',y') \Rightarrow (tx+(1-t)x', ty+(1-t)y')\succsim(x',y').$$

「選好の強い意味の凸性」と「効用関数の強い意味の準凹性」は同値である．また，「選好の凸性」と「効用関数の準凹性」は同値である．

効用関数の凹性と準凹性，選好の凸性の性質に関しては演習問題で吟味する．

９．コーナー解

前節では予算線と無差別曲線の接点が存在するケースについて分析した．しかし，接点が存在しないケースも起こりうる．

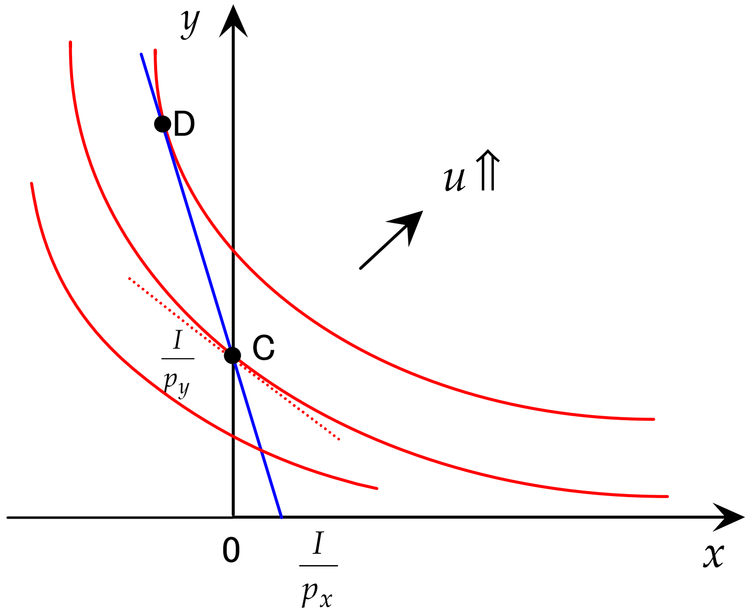


図９．１：y 軸上のコーナー解になるケース

$x<0$ の領域において予算線と無差別曲線はＤ点で接する．しかし，$x>0, y>0$ を満たす領域では，予算線と無差別曲線は接することはない．

問）予算制約を満たす組合せの内，最も高い効用をもたらすものは何か？

解）Ｃ点：$x=0, y=I/p_y$ が最適な組合せである．$x=0$ の時，「無差別曲線に対する接線の傾きの大きさ」が「予算線の傾きの大きさ」より小さいこと，つまり

$MRS < p_x / p_y$ が成立していることに注意しよう．つまり，「財Xをもう１単位余分に買うためにあきらめなければならない財Yの量（p_x / p_y）」が「財Xをもう１単位余分に消費した時支払ってもよいと思っている財Yの量（MRS）」より大きいことを意味している．従って，消費者は $x = 0$ から財Xの購入量を増やそうとはしない．言い換えれば，消費者にとって財Xの価格が高すぎるために，Xは全く購入されない．

このような最適な組合せはコーナーに位置することから，**コーナー解**と呼ばれる．

結果９.1：最適な財の組合せ(x^*, y^*)が y 軸上のコーナー解になるための条件：

もし $x = 0$ の時「無差別曲線に対する接線の傾きの大きさ」が「予算線の傾きの大きさ」より小さいならば，y 軸上のコーナー解になる，つまり，

もし $x = 0$ の時 $MRS(x, y) < \dfrac{p_x}{p_y}$ ならば，$x^* = 0$，$y^* = I / p_y$.

逆に，x 軸上のコーナー解になるケースもある．

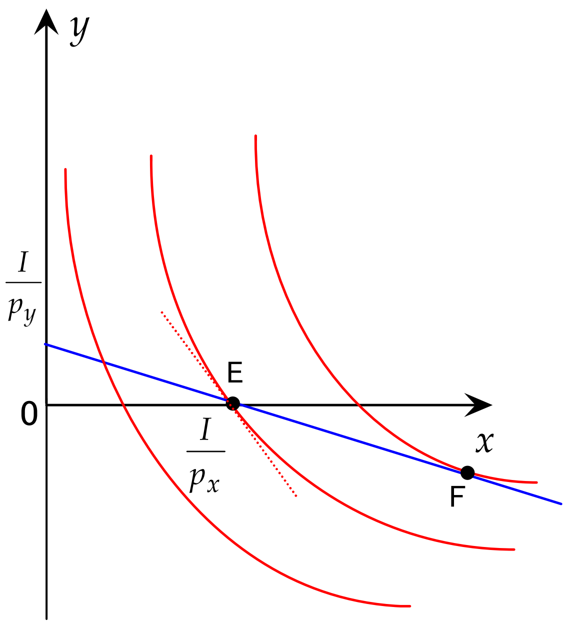


図９．２：x 軸上のコーナー解になるケース

E点：$x = \dfrac{I}{p_x}, y = 0$ が最適な組合せである．

結果９.２：最適な財の組合せ(x^*, y^*)がx軸上のコーナー解になるための条件：

もし$y=0$の時「無差別曲線に対する接線の傾きの大きさ」が「予算線の傾きの大きさ」より大きいならば，x軸上のコーナー解になる，つまり，

もし$y=0$の時$MRS(x,y) > p_x / p_y$ならば，$x^* = I/p_x$，$y^* = 0$.

また，完全代替の場合には，コーナー解になる．いま，ある消費者にとって，コカコーラとペプシコーラが完全代替で，限界代替率が１であるとする．この場合，最適な選択は，価格の相対的に安いブランドのコーラを買い，高い方は買わないことである．

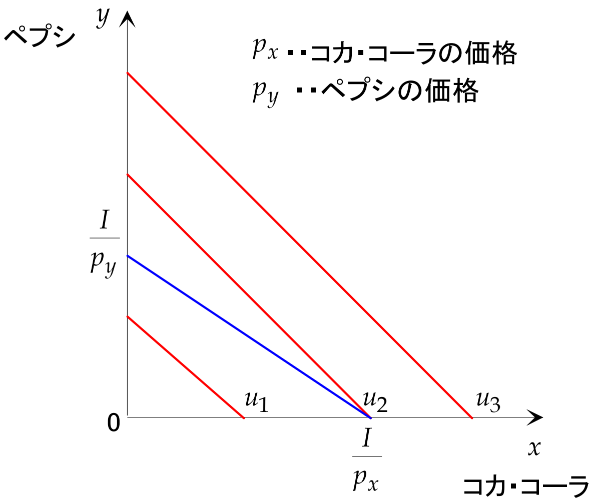


図９．３：完全代替のケース

上図に関して，結果９．２を適用すると，$y=0$の時$MRS(x,y) = 1 > p_x / p_y$なので，最適な組合せは$x^* = I/p_x$，$y^* = 0$である．すなわち，コークの価格がペプシの価格より低いので，コークを買い，ペプシは買わない．

演習問題２　Ｉ．消費の決定：Ｂ．予算制約　Ｃ．消費者の選択

１）テツシ君のミカン（X）とリンゴ（Y）に関する選考は、以下の効用関数で表せるものとする：$u(x,y) = 10xy$

ａ）Ｘの限界効用$MU_X = \dfrac{\partial u}{\partial x}$とＹの限界効用$MU_Y = \dfrac{\partial u}{\partial y}$を求めよ．

ｂ）限界代替率$MRS(x,y)$を求めよ（一般的にxとyの関数として表せ）.

ｃ）テツシ君がミカンを４個（ｘ＝４）、リンゴを４個（ｙ＝４）消費したときの、限界代替率を求めよ。また、ミカンを２個（ｘ＝２）、リンゴを８個（ｙ＝８）消費したときの、限界代替率を求めよ。さらに、ミカンを８個（ｘ＝８）、リンゴを２個（ｙ＝２）消費したときの、限界代替率はいくらか？限界代替率逓減の法則は成立しているか？効用水準が160である時の無差別曲線を描き，これら3点における限界代替率を図示せよ.

ｄ）テツシ君は800円持っており、ミカンとリンゴを買おうとしている。いま、ミカンの価格が一個100円(p_x = 100)、リンゴの価格が一個100円(p_y = 100)であったとする。彼の予算線を式に表し、図示せよ。また、彼が購入する財の組合せを求め、図示せよ。最適な財の組合せにおいて、限界代替率はいくらか？また、限界代替率と価格比が等しくなっているか？

ｅ）テツシ君は800円持っており、ミカンの価格が一個50円($\mathrm{p_x}$ = 50)、リンゴの価格が一個200円($\mathrm{p_y}$ = 200)であったとする。彼の予算線を式に表し、図示せよ。また、彼が購入する財の組合せを求め、図示せよ。最適な財の組合せにおいて、限界代替率はいくらか？また、限界代替率と価格比が等しくなっているか？

２）トシアキ君の効用関数が$u(x,y)=xy$で与えられたものとする。Ｘの価格がp_x＝２、Ｙの価格がp_y＝３、所得がI＝24の時、彼にとって最適な財の組合せ(x^*,y^*)をラグランジェ法で求めよ。

３）キョウコさんの効用関数が$u(x,y)=xy^2$で与えられたものとする。Ｘの価格がp_x＝４、Ｙの価格がp_y＝６、所得がI＝３６の時、この消費者にとって最適な財の組合せ(x^*,y^*)をラグランジェ法で求めよ。

４）演習問題１で登場したタカシ君、アツコさんについて再び考察する。

a) いまタカシ君の所得が１万円、ビールが一本500円、日本酒が一本1,000円であったとする。横軸にビールの量（ｘ）、縦軸に日本酒の量（ｙ）をとった平面に、彼の予算線を図示し、縦軸と横軸の切片、予算線の勾配を求めよ。

b) 彼の所得が２万円に変わった時の予算線を図示せよ。

c) 所得が１万円のままで、ビールの値段が一本1,000円になった時の予算線を図示せよ。

d) 所得が１万円のままで、ビールの値段が一本1,000円で日本酒が一本500円の時の予算線を図示せよ。

e) a)〜d)のそれぞれの所得と価格のもとで、彼が選択する最適な財の組合せはそれぞれ何かを求め、図示せよ。最適な財の組合せにおいて、限界代替率と価格比が等しくなっているか？もし、そうでないならば、なぜか？

f) アツコさんの所得が２万円、ウォッカが一杯1､000円、トマトジュースが一杯500円の時の彼女が選択する最適な財の組合せは何かを求め、図示せよ。

５） Ｘを米、Ｙを鳥肉とする。価格は $p_x = 1{,}000$、 $p_y = 500$である。(単位円/kg)ジロウ君は I = 50,000円持っている。

ａ）彼の予算線と無差別曲線を描き、最適な消費行動を例示せよ。

ｂ）米不足の結果として、政府が「米配給券」を発行することにした。その配給券は一定額Ｃ円を払うと、ｘ*kgの量のお米が貰える。いま、Ｃ＝15,000、ｘ*＝25とする。米の配給券は一人一枚だけ購入できる。ジロウ君が配給券を購入した場合の予算線を図示し、式で表せ。

ｃ）ジロウ君が配給券を購入する場合の状況を、予算線と無差別曲線を描き例示せよ。配給券を購入しない場合がありうるか？

ｄ）政府は配給券を一枚発行するごとに、いくら負担しなければならないか？もし、配給券を発行する代わりに、この負担額だけのお金をジロウ君に直接与えたとしたら、彼は、ａ）で示された状況より高い効用を得ることができることを示せ。

６）以下の性質を満たす無差別曲線を描け

A) 選好が強い意味で凸である.

B) 選好が凸であるが，強い意味で凸ではない.

C) 選好が凸ではない.

７）選好が凸でなければ，ラグランジェの定理の連立方程式（１）の解であるが，予算制約の下での効用最大化の解となるとは限らない．以下のケースについて，このことを図で示せ.

A） 効用極大化は実現されているが，効用は最大化されてはいない例.

B） 効用最小化されている例.

８）選好が凸であるが，強い意味で凸ではないとしよう．この時，予算制約の下での効用最大化の解がただ一つに決まるとは限らず，複数個解が存在するケースがありうることを図で示せ.

９）以下の記述は成立するか？成立するならば証明せよ．成立しないならば反例を一つあげよ.

A) 関数が強い意味で凹であれば，その関数は強い意味で準凹である.

B) 関数が強い意味で準凹であれば，その関数は強い意味で凹である.

C) 選好が強い意味で凸であれば，効用関数は強い意味で準凹である.

D) 効用関数が強い意味で準凹であれば，選好は強い意味で凸である.

E) 選好が凸であれば，効用関数は準凹である.

F) 効用関数が準凹であれば，選好が凸である.

G) 効用関数が強い意味で凹ならば，選好が強い意味で凸である.

H) 選好が強い意味で凸ならば，効用関数が強い意味で凹である.

D．需要関数

消費者の最適な選択（$x*$，$y*$）は価格 p_x，p_y および所得 I に依存している．この事実は，**需要関数**によって表すことができる：

$x* = x(p_x, p_y, I)$　　$y* = y(p_x, p_y, I)$

各財に対する需要はその財の価格，他の財の価格，および所得に依存している．

問）p_x，p_y，I の変化がどのように消費者の選択に影響を与えるか？

１０．所得変化の効果

所得の変化がどのように財Ｘと財Ｙの需要に影響を与えるか？

１０．１．所得—消費曲線

所得 I は増大し，価格 p_x，p_y は変化しないケースを考えよう．この時，予算線の傾きは変わらず，右上に平行シフトする．

所得—消費曲線:価格を一定にして所得をさまざまに変化させたときの最適消費点を結んだ曲線.

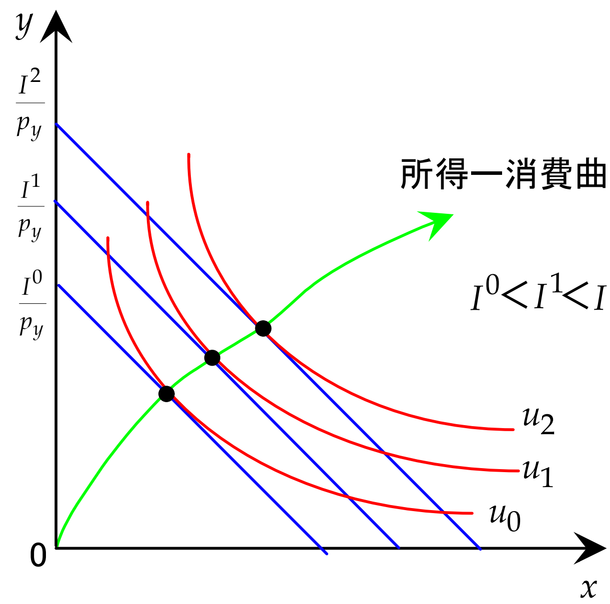


図１０．１：所得—消費曲線，$I^0 < I^1 < I^2$，財X，財Ｙともに正常財のケース．

上図では，所得—消費曲線は右上がりの曲線で，所得が増大するにつれて，$x*$，$y*$ がともに増加している．このような財は正常財と呼ばれる．

正常財（上級財）：所得が増加（減少）するにつれて，最適消費量が増加（減少）する財.

しかし，所得とともに消費量が増加しない財もある．例）安物の酒，安物の服，木造アパート等

下級財（劣等財）：所得が増大（減少）するにつれて，最適消費量が減少（増加）する財.

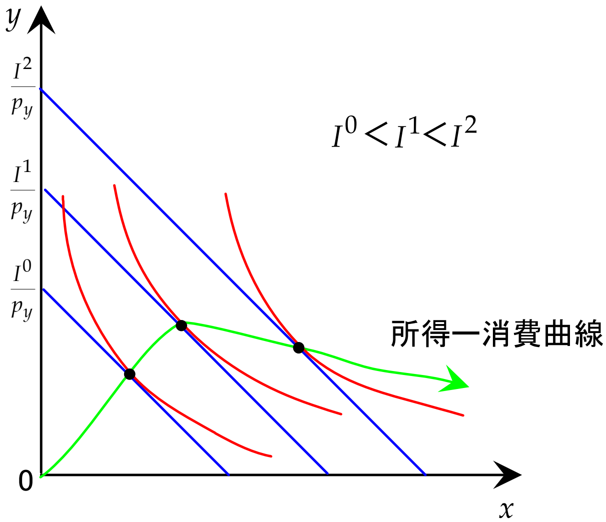


図１０．２：所得—消費曲線，$I^0 < I^1 < I^2$，財Xは正常財，財Yは所得がI^1以下の水準では正常財，財Yは所得がI^1より大きい水準では下級財となるケース.

１０．２．エンゲル曲線

エンゲル曲線：価格を一定にして所得が変化する時に，需要がどのように変化するかを示した曲線.

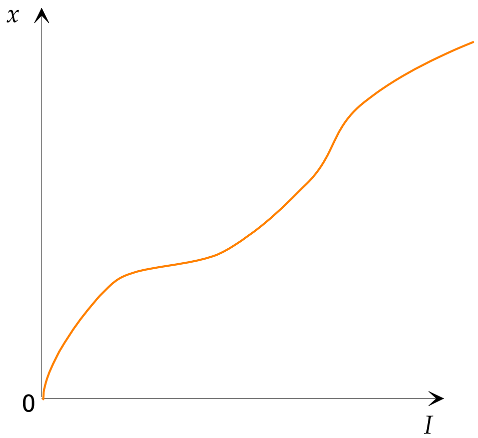


図１０．３：Xのエンゲル曲線

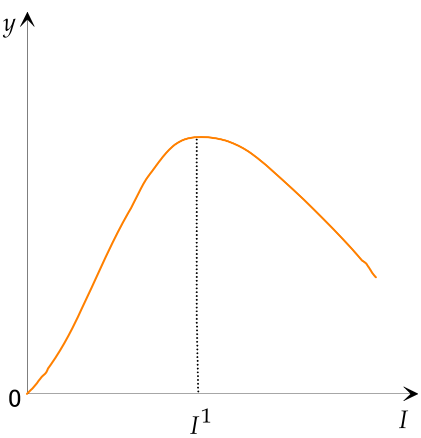


図１０．４：Yのエンゲル曲線

図１０．２の所得―消費曲線に対応

１０．３．所得弾力性

需要の所得弾力性：需要の変化率を所得の変化率で割ったもの．つまり，所得が１％変化するとき，需要が何％変化するかを示したもの．Ｘの需要の所得弾力性を記号η_x（イータ）で表す.

$$\eta_x = \lim_{\Delta I \to 0}\left(\frac{\Delta x}{x} \Big/ \frac{\Delta I}{I}\right) = \lim_{\Delta I \to 0}\left(\frac{\Delta x}{\Delta I}\frac{I}{x}\right) = \frac{\partial x}{\partial I}\frac{I}{x}$$

需要の所得弾力性は所得の水準(I)と需要量(x)の両方に依存して変わる.

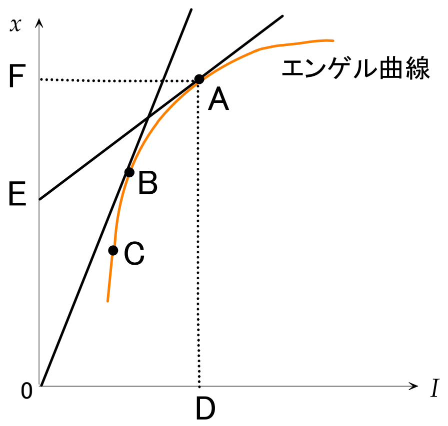


図１０．５：所得弾力性

問）図１０．５のＡ点におけるＸの所得弾力性η_x^Aはいくらか？

解）$\dfrac{\partial x}{\partial I} = \dfrac{EF}{0D}$＝Ａ点における接線の傾き　$\dfrac{I}{x} = \dfrac{0D}{0F}$　よって，$\eta_x^A = \dfrac{EF}{0D}\dfrac{0D}{0F} = \dfrac{EF}{0F} < 1.$

$\eta_x = 1$：需要は所得と同じ比率で増加．Ｘへの支出シェア（$\dfrac{p_x \cdot x}{I}$）は変化なし.

$\eta_x < 1$：必需品．Ｘへの支出シェア（$\dfrac{p_x \cdot x}{I}$）は所得とともに減少.

$\eta_x > 1$：贅沢品．Ｘへの支出シェア（$\dfrac{p_x \cdot x}{I}$）は所得とともに増加.

$\eta_x > 0$：正常財　　$\eta_x < 0$：下級財

１１．価格変化の効果

１１．１　価格—消費曲線と需要曲線

財Xの価格 p_x だけが変化し，所得 I と財Yの価格 p_y は変化しないケースを考えよう．この時，y 切片を軸にして予算線は回転する．

Xの価格—消費曲線：Yの価格と所得を一定にして，Xの価格をさまざまに変化させたときの最適消費点を結んだ曲線．

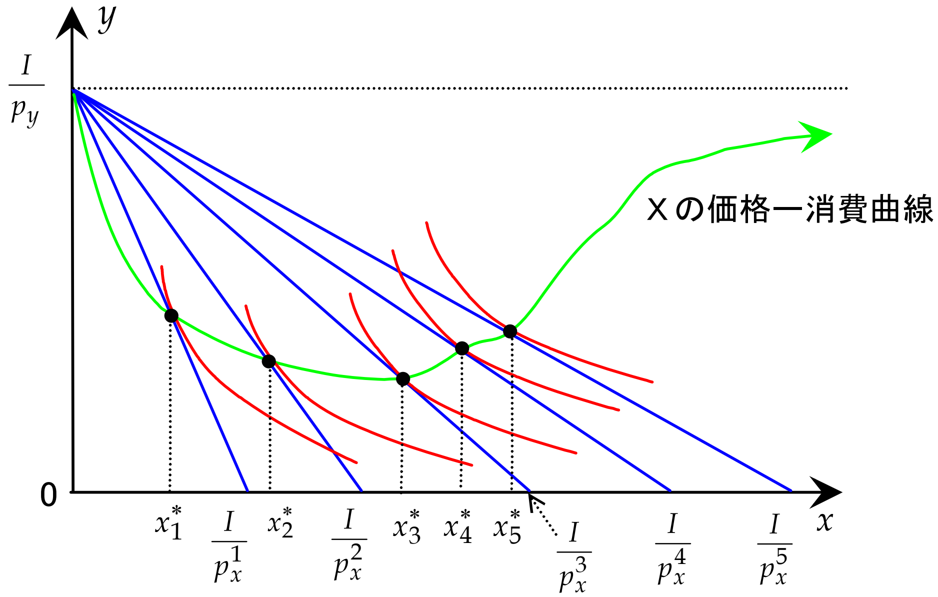


図１１．１：Xの価格—消費曲線，$p_x^1 > p_x^2 > p_x^3 > p_x^4 > p_x^5$.

Xの需要曲線：Yの価格と所得を一定にして，さまざまXの価格水準に対するXの最適な消費量を表したもの．

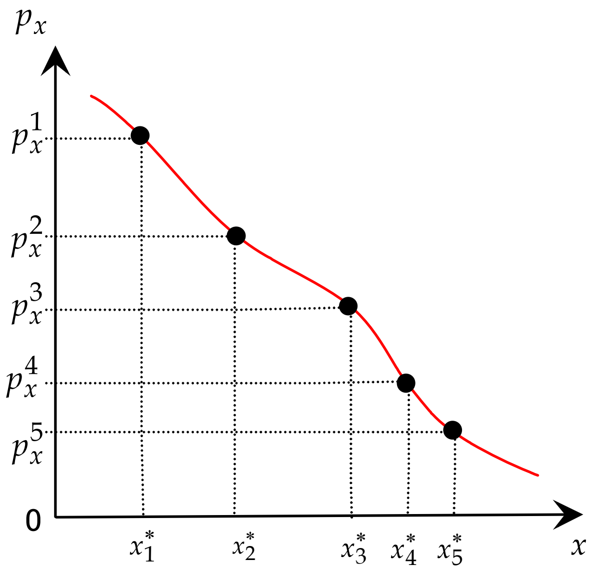


図１１．２：Xの需要曲線，図１１．１に対応.

１１．２　価格弾力性

需要の価格弾力性：需要の変化率を価格の変化率で割ったもの．つまり，価格が１％変化するとき，需要が何%変化するかを示したもの．Xの需要の価格弾力性を記号ε_x（イプシロン）で表す.

$$\varepsilon_x = -\lim_{\Delta p_x \to 0}\left(\frac{\Delta x}{x} \Big/ \frac{\Delta p_x}{p_x} \right) = -\lim_{\Delta p_x \to 0}\left(\frac{\Delta x}{\Delta p_x}\frac{p_x}{x} \right) = -\frac{\partial x}{\partial p_x}\frac{p_x}{x}$$

需要の価格弾力性は価格の水準(p_x)と需要量(x)の両方に依存して変わる.

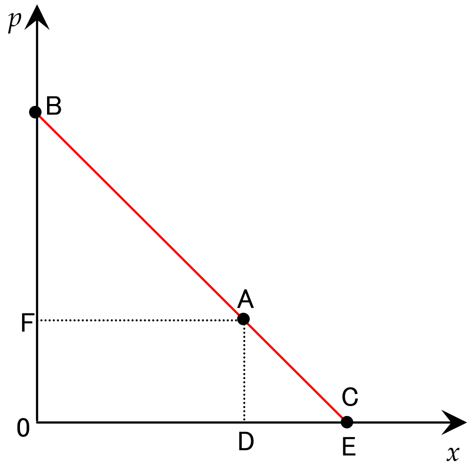


図１１．３：価格弾力性

問）図１１．３のＡ点におけるＸの価格弾力性ε_x^Aはいくらか？

解）$-\dfrac{\partial x}{\partial p_x}=\dfrac{DE}{0F}$，　$\dfrac{p_x}{x}=\dfrac{0F}{0D}$　よって，$\varepsilon_x^A=\dfrac{DE}{0F}\dfrac{0F}{0D}=\dfrac{DE}{0D}$．

１１．３　代替効果と所得効果

いま，所得IとＹの価格p_yは変化しないが，財Ｘの価格p_xが下落したとする．この時，財Ｘの価格の下落は，以下の二つの効果を持つと考えられる．

１）相対価格の変化：Ｙの価格が一定なので，Ｘの価格の下落は，ＸのＹに対する相対価格$\dfrac{p_x}{p_y}$を下落させる．

２）実質所得の増加：名目所得Iは一定でも，Ｘの価格の下落によって，購入可能なＸとＹの組合せの範囲は拡大する．

以下では，これらの二つの効果をどのように図で表すかを考察する．

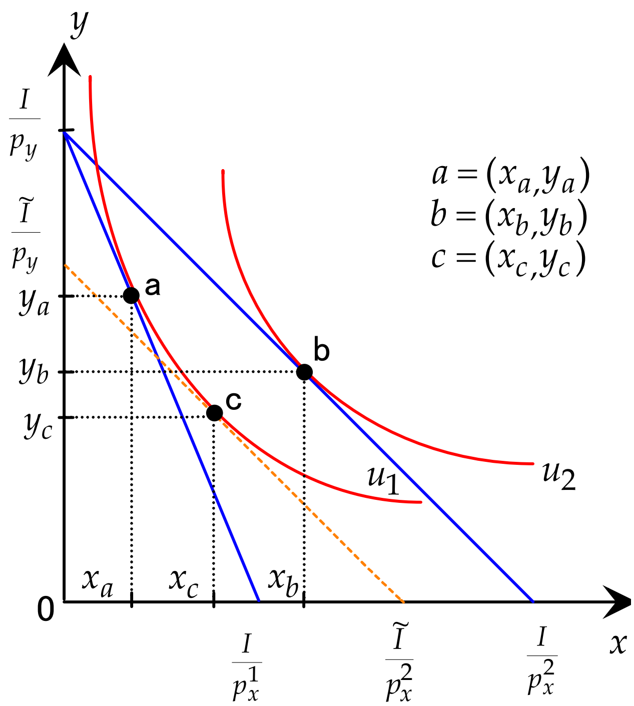


図１１．４：代替効果と所得効果

図１１．４で，所得 I とＹの価格 p_y は一定で，Ｘの価格は下落（$p_x^1 > p_x^2$）している．この時，最適消費点は a 点から b 点へと変化する．以下では，a 点から b 点への動きを二つに分解する．

価格変化後の予算線を，傾きは一定に保って，a 点を通る無差別曲線 u_1 に接するまで平行移動させよう．この線と u_1 の接点を c 点と呼ぶ．いま，より低い価格 p_x^2 の下で，消費者がもとの効用水準 u_1 を得るために必要な所得を $\tilde{I}$ と表そう．$I > \tilde{I}$ なので，以前の効用水準に引き戻すために所得を消費者から取り上げている．

２）**代替効果**：a 点から c 点への同一無差別曲線上の変化．

３）**所得効果**：c 点から b 点への新価格での所得—消費曲線上の変化．

総効果（$a \to b$）＝代替効果（$a \to c$）＋　所得効果（$c \to b$）

$$x_b - x_a \quad = \quad x_c - x_a \quad + \quad x_b - x_c$$

$$y_b - y_a \quad = \quad y_c - y_a \quad + \quad y_b - y_c$$

１）代替効果の意味と方向

実質的な所得の増加による効果を除いた，純粋にＸとＹの相対価格の変化だけに関する効果

を表す．同じ無差別曲線上での比較を行うことによって，実質的な所得の増加の効果が取り除かれたと考える．

無差別曲線が凸なので，Ｘの価格が下落した時（$p_x^1 > p_x^2$），Ｘの消費は増加し（$x_a < x_c$），Ｙの消費は減少する（$y_a > y_c$）．

２）所得効果の意味と方向

実質的な所得の増加がもたらす消費への効果，つまり，相対価格を一定にして，$\tilde{I}$ から I へと所得が増加した時の効果を表す．

Ｘが正常財ならば，Ｘの消費量は増加し，Ｘが下級財ならば，Ｘの消費量は減少する．Ｙについても同様．図１１．４ではＸ，Ｙともに正常財のケースが描かれている．

図１１．４では，Ｘ，Ｙともに正常財で，Ｙの消費に関して代替効果が所得効果より大きく，Ｙの消費が全体として減少するケースが描かれている．しかし，一般的に，このことは成立しない. Ｙの消費に関して所得効果が代替効果より大きい場合, Ｙの消費が全体として増加する.

一般に，Ｘの価格下落の効果は以下のような表にまとめることができる．

	Ｘの消費		Ｙの消費	
	正常財	下級財	正常財	下級財
代替効果	増加	増加	減少	減少
所得効果	増加	減少	増加	減少
総効果	増加	特定できない	特定できない	減少

特に，Ｘの価格が下落した時，Ｘが下級財で，所得効果が代替効果より大きい場合には，Ｘの消費は減少することに注意しよう．

ギッフェン財：価格が下落（上昇）した時，需要量が減少（増加）する財．

１２．需要の法則

需要の法則：ある財が正常財ならば，その財の価格が下落（上昇）した時，その財に対する需要は増加（減少）する．

前節で見たように，Xが下級財ならば，Xの価格が下落（上昇）した時，所得効果が代替効果より大きい場合には，Xの消費は減少（増加）することに注意しよう．

１３．粗代替財と粗補完財

各財に対する需要はその財の価格，他の財の価格，および所得に依存している：$x^* = x(p_x, p_y, I)$，$y^* = y(p_x, p_y, I)$．Xの価格の変化はYに対する需要をどのように変化させるか？

粗代替財：Xの価格が上昇（下落）するときYの需要が増加（減少）し，また，Yの価格が上昇（下落）するときXの需要が増加（減少）するならば，XとYは粗代替財であるという．すなわち，

$$\frac{\partial y^*}{\partial p_x} > 0 \quad \text{でかつ} \quad \frac{\partial x^*}{\partial p_y} > 0$$

の時，XとYは粗代替財である．例）米とパン，オレンジとリンゴ

粗補完財：Xの価格が上昇（下落）するときYの需要が減少（増加）し，また，Yの価格が上昇（下落）するときXの需要が減少（増加）するならば，XとYは粗補完財であるという．すなわち，

$$\frac{\partial y^*}{\partial p_x} < 0 \quad \text{でかつ} \quad \frac{\partial x^*}{\partial p_y} < 0$$

の時，XとYは粗補完財である．例）パンとバター，コーヒーと砂糖

完全代替財は粗代替財の一種（例：コークとペプシ）．しかし，完全には代替できない粗代替財もある（例：コークとウーロン茶）．

同様に，完全補完財は粗補完財の一種（例：右足のクツと左足のクツ）であるが，完全に補完的できない粗補完財もある（サンダルと靴下）．

１４． 市場需要関数

これまでは，各個別の需要関数について考察してきた．ここでは市場における需要関数を考える．いま，n人の消費者が市場にいるものとする．

I_j：消費者 j の所得.

$x_j(p_x, p_y, I_j)$：価格が p_x，p_y の時における消費者 j の財Ｘに対する需要量

市場需要関数：各消費者の需要を合計したもの.

$$x(p_X, p_Y, I_1, \ldots, I_n) = \sum_{j=1}^{n} x_j(p_X, p_Y, I_j) = x_1(p_X, p_Y, I_1) + x_2(p_X, p_Y, I_2) + \ldots + x_n(p_X, p_Y, I_n)$$

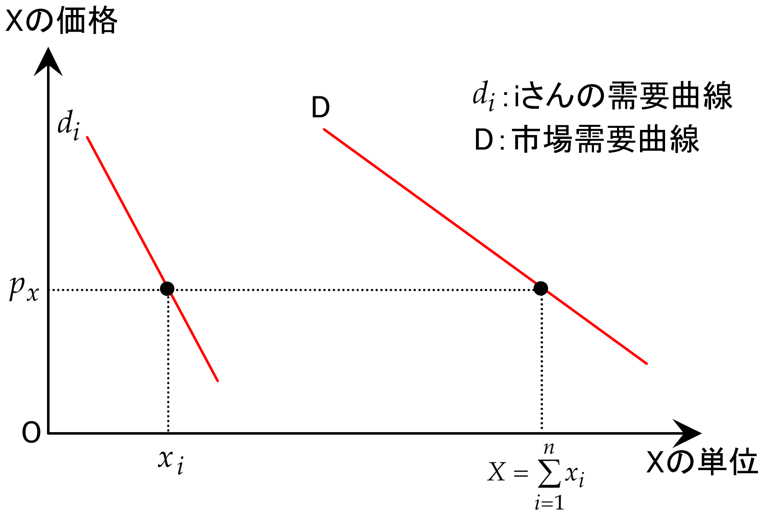


図１４．１：市場需要曲線

注：個別需要曲線 d_j は市場需要曲線 D よりも傾きが急である.

なぜか？例えば，財Xの価格が下落し，すべての消費者がもう一単位財Xを購入したとする．その時，各消費者の需要は１単位しか増加しない，市場需要は１×（消費者の人数）＝n単位増加する．市場需要曲線は個別の需要曲線を水平に足し合わせたものである.

演習問題３Ｄ．需要関数

１）以下の語句の定義を書き，図で表せるものは図示せよ.

所得消費曲線，正常財，下級財，エンゲル曲線，需要の所得弾力性，Ｙの価格消費曲線，Ｘの需要曲線，需要の価格弾力性，ギッフェン財，需要の法則，粗代替財，粗補完財

２）Ｘがある所得水準Ｉ^{1}以下では正常財，それ以上の水準では下級財であり，Ｙは正常財であるようなケースについて，所得消費曲線，Ｘのエンゲル曲線，およびＹのエンゲル曲線を描け.

３）演習問題１と２で登場したタカシ君，アツコさんについて再び考察する．

ａ）ビールが一本500円，日本酒が一本1,000円であったとする．タカシ君の所得消費曲線，ビールのエンゲル曲線を描け．また，彼のビールに関する所得弾力性はいくらか？

ｂ）ウォッカが一杯1，000円，トマトジュースが一杯500円であったとする．アツコさんの所得消費曲線，ウォッカのエンゲル曲線を描け．また，彼女のウォッカに関する所得弾力性はいくらか？

ｃ）タカシ君の所得が１万円，日本酒が一本1,000円であったとする．タカシ君のビールの価格消費曲線と需要曲線を描け．

ｄ）アツコさんの所得が１万円，トマトジュースが一杯500円であったとする．アツコさんのウォッカの価格消費曲線と需要曲線を描け．

４）いま，Ｘを焼き鳥とする．焼き鳥の一本の価格が $p_x = 100$円，所得がＩ＝20,000円，焼き鳥の消費量が $x = 100$本とする．この時の焼き鳥の所得弾力性が $\eta_x = 0.8$，価格弾力性が $\varepsilon_x = 2$ であるとする．

ａ）所得が2,000円増えた時，焼き鳥の消費量はいくらになるか？

ｂ）価格が40円上がった時，焼き鳥の消費量はいくらになるか？価格が20円下がった時，消費量はいくらになるか？

５）いま，Ｘをビール，Ｙを日本酒とする．ビールの需要曲線が以下の式で表せるものとする：$x = 0.05I - 2p_x + 0.5p_y$．いま，ビールの一本の価格が $p_x = 4$，日本酒の一本の価格が $p_y = 8$，所得がＩ＝400であるとする（単位百円）．この時のビールの所得弾力性 η_x および価格弾力性 ε_xを求めよ．

６）ａ) 図１０．５のＢ点，Ｃ点におけるＸの所得弾力性 η_x^B, η_x^C はいくらか？それらは１より大きいか，小さいか，あるいは１と等しいか？

ｂ）図１１．３のＢ点，Ｃ点におけるＸの価格弾力性 $\varepsilon_x^B, \varepsilon_x^C$ はいくらか？

７）いま，Ｘの価格が下落したとする．以下のケースについて，総効果（全効果），代替効果，所得効果を図に書いて表せ．

ａ）Ｘが正常財，Ｙが下級財

ｂ）Ｘが正常財，Ｙが正常財，Ｙの消費に関して所得効果が代替効果を上回る．

８）演習問題１－問８），問９），演習問題２－問４），演習問題３－問４）で登場したタカシ君，アツコさんについて再び考察する．

ａ）タカシ君の所得が２万円，日本酒が一本1，000円として，ビールが一本500円から2,000円に変化したとする．彼の最適な財の組合せの変化（総効果）を，代替効果と所得効果に分解し，図に表しなさい．

ｂ）アツコさんの所得が１万円，ウォッカが一杯1，000円として，トマトジュースが一杯500円から2,000円に変化したとする．アツコさんの最適な財の組合せの変化（総効果）を，代替効果と所得効果に分解し，図に表しなさい．

９）以下のケースについて，下図の空欄に当てはまる言葉を書け（増加，減少，変化なし，特定できない，の内から選択）．

	Ｘの消費		Ｙの消費	
	正常財	下級財	正常財	下級財
代替効果				
所得効果				
総効果				

ａ）Ｙの価格が上昇し，Ｘの消費に関して代替効果が所得効果を上回り，Ｙの消費に関して所得効果が代替効果を上回る．

ｂ）Ｙの価格が上昇し，ＸとＹが粗代替財である．

ｃ）Ｘの価格が上昇し，Ｘの消費に関して所得効果が代替効果を上回り，Ｙの消費に関して所得効果が代替効果を上回る．

１０）２種類の財，Ｘ，Ｙがある場合の，消費者にとって最適な財の組合せ：効用関数を $u(x,y)=xy^2$，Ｘの価格が p_X ＝８，Ｙの価格が p_Y ＝４，所得が I ＝２４で与えられたとする．

ａ）Ｘの限界効用 $MU_X=\dfrac{\partial u}{\partial x}$ とＹの限界効用 $MU_Y=\dfrac{\partial u}{\partial y}$ を求めよ．

ｂ）限界代替率$MRS(x,y)$を求めよ（一般的に，xとyの関数として表せ）．

以下のｃ）～ｇ）に関しては図１１．４を参照しながら解くとわかり易い．

ｃ）ラグランジェ法を用いて，消費者にとって最適な財の組合せ (x_a,y_a) を求めよ．効用の最大化を実現した時の最大効用水準$u(x_a,y_a)$を求めよ．

ｄ）いま，Ｘの価格が p_X＝１に下落したとする（p_Y＝４，I＝２４である）．その時の消費者にとって最適な財の組合せ (x_b,y_b) をラグランジェ法を用いて求めよ. 効用の最大化を実現した時の最大効用水準$u(x_b,y_b)$を求めよ.

ｅ) 以下の二つの条件を満たす財の組合せ（x_c，y_c）を求めよ：１）p_X ＝８の時の最大効用水準$u(x_a,y_a)$と同じ水準を（x_c，y_c）で達成できる．２）(x_c,y_c)における限界代替率$MRS(x_c,y_c)$とp_X ＝１の時の価格比（p_x / p_y）が等しい（p_Y＝４である）．

ｆ）より低い価格p_X ＝１の下で，消費者が変化前の効用水準$u(x_a,y_a)$を得るために必要な最小所得$\tilde{I}$ の大きさを求めよ（p_Y＝４である）．

ｇ）Ｘの価格がp_X＝８からp_X ＝１へ下落した時の，代替効果と所得効果を図示せよ，つまり，図１１．４に対応した図を書け．財Ｙに関して，代替効果と所得効果の大きさを比較せよ．

ｈ）いま，所得が I＝４８に増加したとする（p_X＝８，p_Y＝４である）．その時の消費者にとって最適な財の組合せ x_1，y_1をラグランジェ法を用いて求めよ．ｃ）で求めた(x_a,y_a)と（x_1，y_1）の両方に関して成立しているxとyの関係は何か.

ｉ）p_X＝８，p_Y＝４とする．一般に所得水準を Iとし，最適な財の組合せを所得Iの関数$(x(I),y(I))$として表せ（ラグランジェ法を用いよ）． $x(I)$と$y(I)$の間にはどのような関係があるか．所得＝消費曲線を描け．Ｘは正常財か下級財か．Ｙは正常財か下級財か.

＊注：所得＝消費曲線が原点を通る直線となるケース，つまり，限界代替率が原点を通る直線上で一定となる効用関数は**ホモセティックな効用関数**と呼ばれる. コブ＝ダグラス型効用関数はホモセティックな効用関数の一種である.

１１）二人の消費者がいる市場を考える．いま財Yの価格と所得は一定であるとする．消費者

１の財Xに対する需要関数が $x_1 = 10 - 2p_X$，消費者２の財Xに対する需要関数が $x_2 = 12 - 3p_X$ であるとする.

ａ）消費者１の財Xに対する需要関数と消費者２の財Xに対する需要関数を図（縦軸は価格，横軸は数量）に表せ.

ｂ）財Xの市場需要関数を式で表し，図（縦軸は価格，横軸は数量）に書け.

II. 生産の理論

１．序説

この章では，財・サービスの生産に関する理論を議論する．

生産活動：原材料，労働，機械，土地などを結合して原材料を生産物に変形すること．

近代社会において，生産活動を営む経済主体，生産者，は主として企業である．以下では，生産者と企業を同じ意味で使用する．

企業が生産活動を営んでいる環境については，以下のケースを考察する：

完全競争市場：財の売り手（生産者）と買い手（消費者）が多数存在するケース．市場に企業が多数存在するため，各個別企業によって供給される生産の数量は，全体から見ると微小である．よって，各企業は市場価格に影響を及ぼすことができず，価格が与えられたものとして行動する（**プライス・テイカー**（price taker）の仮定）．同様に，消費者も価格が与えられたものとして行動する．また，市場価格や財の特性に関する情報は完全に知られているものとする（**完全情報**の仮定）．

この講義では，完全競争市場について主に分析する．しかし，現実には，企業が市場価格決定に影響を及ぼすことが可能なケースも多々ある：

独占市場：財を生産する企業が唯一つしか市場に存在しないケース．

例）電気，ガス，上下水道，田舎のバス，CATV

寡占市場：財を生産する企業が少数しか（二つ以上）市場に存在しないケース．少数の企業がつばぜり合いをしている．　例）家電，ビール，車，電話

独占市場については，完全競争市場を分析した後で考察する．寡占企業の分析については，「産業組織論」や「ゲーム理論」を参照されたい．

また，我々は全知全能ではなく，さまざまな不確実性に直面している．

例）流行，人々の好みの変化，農作物の収入．

この不確実性の問題については，「情報の経済学」を参照されたい．

２．生産関数

企業の生産活動の分析を行う際に，最初に，「どのようにして財が生産されているのか」という生産プロセスについて考察することから始めよう．もちろん，具体的な生産プロセスは財によって異なるが，さまざまな財の生産プロセスに共通に成立している一般的法則は何かを分析しよう．これを行うために有用ないくつかの概念をまず導入する．

生産要素：生産物を作るために使用される投入物

ここでは，以下の 2 種類の生産要素から 1 種類の財が生産されるケースを考える．

１）労働：様々な技術水準の労働力を意味する．

２）２）資本：工場，機械，土地など

L : 労働の投入量　例）雇用者数，労働時間数

K : 資本の投入量　例）機械の台数，機械の使用時間

q : 財の生産量

労働の投入量が L，資本の投入量が K の時に，企業が生産する財の量 q を $q = F(L,K)$ と表す．F は**生産関数**と呼ばれる．生産関数は以下のような性質を持つものとする．

生産関数の性質１：すべての資本投入量 $K \geq 0$ について，$F(0,K) = 0$，

すべての労働投入量 $L \geq 0$ について，$F(L,0) = 0$．

つまり，企業が労働，資本のいづれかを使用しなければ何も生産されず，各生産要素は必要不可欠である．

生産関数の性質２：

すべての資本投入量 $K > 0$ について，もし $L_1 > L_0 \geq 0$ ならば $F(L_1,K) > F(L_0,K)$，

すべての労働投入量 $L > 0$ について，もし $K_1 > K_0 \geq 0$ ならば $F(L,K_1) > F(L,K_0)$．

すなわち，資本の投入量を一定にして労働の投入量を多くすれば，より多くの生産物を得ることができる．同様に，労働の投入量を一定にして資本の投入量を多くすれ

ば，より多くの生産物を得ることができる．

労働の限界生産物(Marginal Product of Labor)：資本の投入量を一定にして，労働の投入量を追加的に 1 単位増加した時，どれだけ追加的により多くの生産物を得られるかを示したもの．記号 MP_L で表す．

生産関数 F が L に関して偏微分可能である時，労働投入物の組み合わせ (L,K) における労働の限界生産物は，(L,K) における生産関数 F の L に関する偏微分係数

$$MP_L(L,K) = \frac{\partial F}{\partial L} = \lim_{\Delta L \to 0} \frac{F(L+\Delta L,K) - F(L,K)}{\Delta L}$$

であるとする．つまり，資本の投入量を一定の量 K に固定して，労働の投入量を微小量増加させた時の生産量の変化率を表す．労働の投入量の 1 単位を十分に小さな値にとれば，これは労働投入量の増分 1 単位当たりにおける生産量の増分を表す．

資本の限界生産物(Marginal Product of Capital)：労働の投入量を一定にして，資本の投入量を 1 単位増加した時，どれだけ追加的により多くの生産物を得られるかを示したもの．記号 MP_K で表す．

生産関数 F が K に関して偏微分可能である時，労働投入物の組み合わせ (L,K) における労働の限界生産物は，(L,K) における生産関数 F の K に関する偏微分係数

$$MP_K(L,K) = \frac{\partial F}{\partial K} = \lim_{\Delta K \to 0} \frac{F(L,K+\Delta K) - F(L,K)}{\Delta K}$$

であるとする．つまり，労働の投入量を一定の量 L に固定して，資本の投入量を微小量増加させた時の生産量の変化率を表す．資本の投入量の 1 単位を十分に小さな値にとれば，これは資本投入量の増分 1 単位当たりにおける生産量の増分を表す．

生産関数の性質 2 は，「労働の限界生産物と資本の限界生産物が両方とも正の値をとる」と言いかえることができる．限界生産物は消費の理論における限界効用に対応した概念で，経済学的意味は違うが，数学的には同様の概念である．

生産関数の性質３：

(a)資本の投入量を一定にして，労働の投入量を 1 単位ずつ増加していった時，ある一定水準以上になると，労働の限界生産物が減少していく．このことを，**労働の限界生産物逓減の法則**という．つまり，労働の投入量を増加にするにつれ，生産量は増加するが，その増加率は減少していく（偏微分可能な生産関数に関しては$\partial^2 F/\partial L^2 < 0$）.

(b)労働の投入量を一定にして，資本の投入量を 1 単位ずつ増加していった時，ある一定水準以上になると，資本の限界生産物が減少していく．このことを，**資本の限界生産物逓減の法則**という．つまり，資本の投入量を増加にするにつれ，生産量は増加するが，その増加率は減少していく（偏微分可能な生産関数に関しては$\partial^2 F/\partial K^2 < 0$）.

これらの特性を図で表す．いま，資本の量を$\overline{K}$に固定しよう．このとき，労働の投入量 L を変化させるにつれ産出量 q がどのように変わるかを表した生産関数を $q = F(L;\overline{K})$ と表す. 総生産曲線はＳ字型で, 労働投入量がある水準以上（下図では$L = 20$以上）になると総生産曲線は凹（オウ）になる.

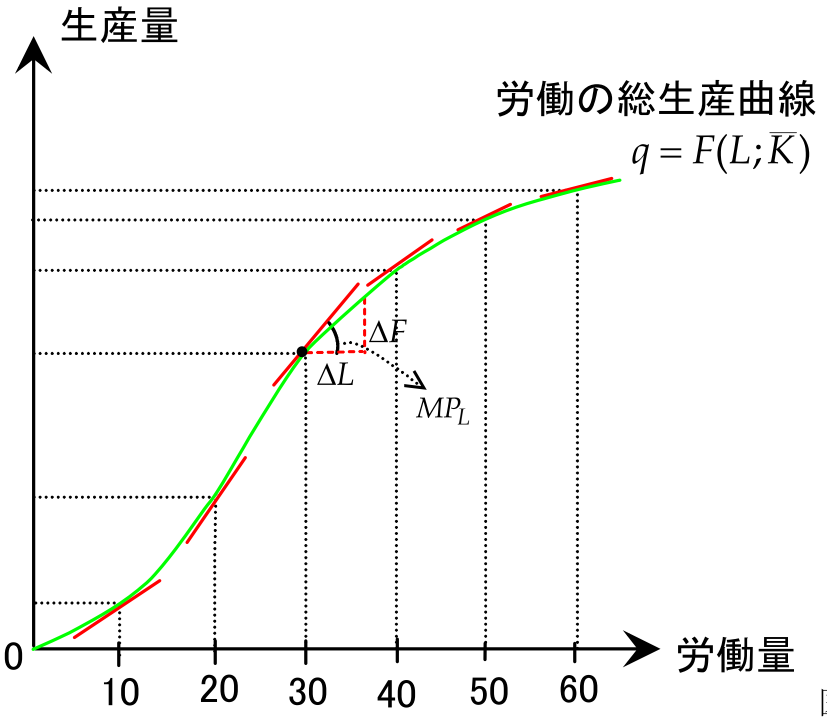


図 2.1 労働の総生産曲線

労働の限界性産物 MP_L は総生産曲線に対する接線の傾きの大きさで表される

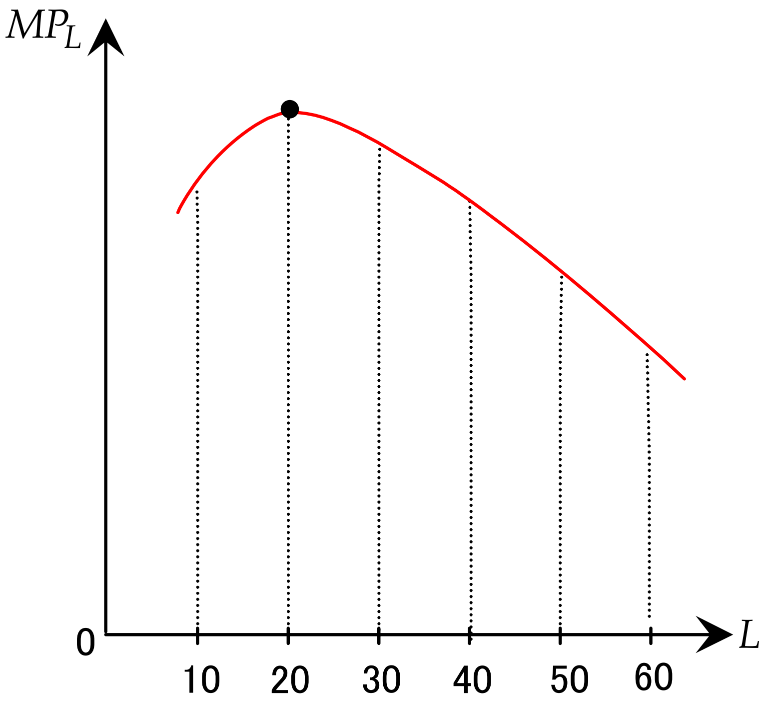


図 2.2：労働の限界生産物曲線

労働の限界生産物 MP_L は労働の投入量 L が低い水準では上昇するが，L をさらに増加していくと，労働限界生産物逓減の法則により MP_L は減少していく．

労働の平均生産物(Average Product of Labor), AP_L : 生産量を労働投入量で割ったもの（資本の投入量は一定に固定）．

$$AP_L = \frac{q}{L} = \frac{F(L;\overline{K})}{L}$$

労働の平均生産物は，労働投入量 L での総生産曲線上の点と原点 O を結んだ直線の傾きの大きさに等しい．

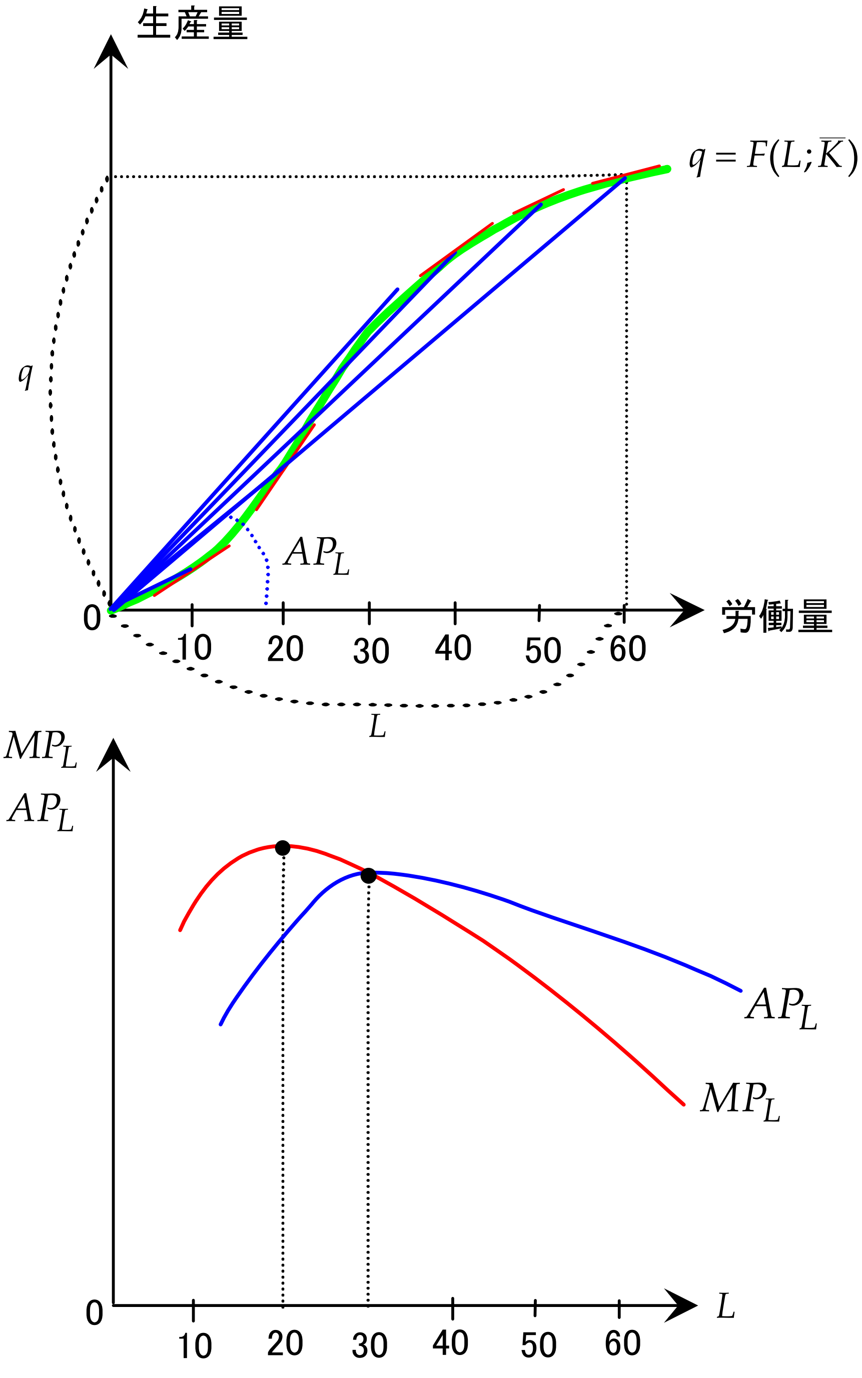


図２．３：労働の限界生産物曲線と労働の平均生産物曲線

労働の限界生産物曲線 MP_L と労働の平均生産物曲線 AP_L の特徴：

1）L が増大するにつれて，MP_L 曲線と AP_L 曲線はともに最初増大し，最大値に達し，その後減少する．

2）MP_L 曲線が AP_L 曲線より上方にあるとき，AP_L 曲線は上昇する．逆に，MP_L 曲線が AP_L 曲線より下方にあるとき，AP_L 曲線は下降する．

＊参考：特徴２）の数学的導出

$$AP_L \text{の傾き} = \frac{d}{dL}AP_L = \frac{d}{dL}\left(\frac{F(L;\overline{K})}{L}\right) = \frac{1}{L^2}\left[L\frac{dF(L;\overline{K})}{dL} - F(L;\overline{K})\right] \text{（商の微分）}$$

$$= \frac{1}{L}\left[\frac{dF(L;\overline{K})}{dL} - \frac{F(L;\overline{K})}{L}\right] = \frac{1}{L}\left[MP_L - AP_L\right]$$

よって，AP_L の傾き $\gtreqless 0 \Leftrightarrow MP_L \gtreqless AP_L$．

３．等量曲線

これまでは，資本の量をある水準 $K=\overline{K}$ に固定し，労働量 L が変化したときに生産量がどれだけ変化するかを表す生産関数を図示してきた．次に，労働量と資本量の両方が変化するときの生産関数を図示したい．しかし，この場合，変数は生産量 q，労働 L，資本 K の３種類あり，３次元のグラフとなってしまう．２次元のグラフに，これらの変数の関係を表すために，生産量 q を固定する．

等量曲線：ある一定の産出量 q を生産することができる資本と労働の投入量の組合せ (L,K) の集合を表したもの．

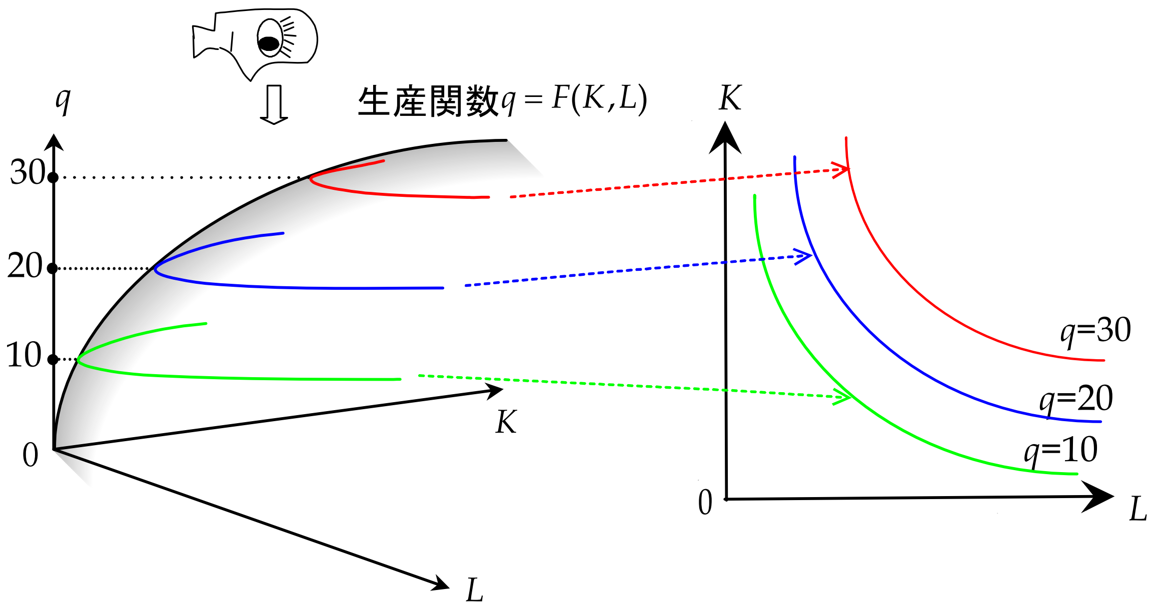


図３．１：生産関数と等量曲線

注：消費の理論における効用関数は生産関数に対応し，無差別曲線は等量曲線に対応している．経済的意味は異なるが，図や数式を用いる表し方は似ている．

等量曲線の性質

性質１：右上に位置する等量曲線上の投入物の組合せは，左下に位置する等量曲線上の投入物の組合せより，より多くの量を生産できる．

生産関数の特性２「投入量を多くすれば，より多くの生産物が得られる」からこの性質は導かれる．

性質２：等量曲線は右下がりである．つまり，同じ生産水準を保つためには，労働量 L が増えたならば，資本量 K は減少しなければならない．

この性質も，生産関数の特性２「投入量を多くすれば，より多くの生産物が得られる」から導かれる．

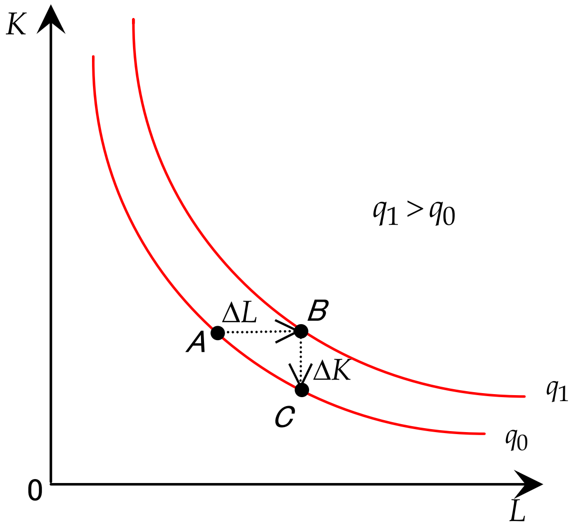


図３．２：等量曲線は右下がり．

性質３：全ての投入量の組合せ(L,K)について，その点を通る等量曲線が一本存在する．

性質４：等量曲線はお互いに交わらない．

性質３と４は生産関数の定義から導かれる．

性質５：等量曲線は凸である．

この性質は，次に述べる生産の限界代替率逓減の法則と関連している．

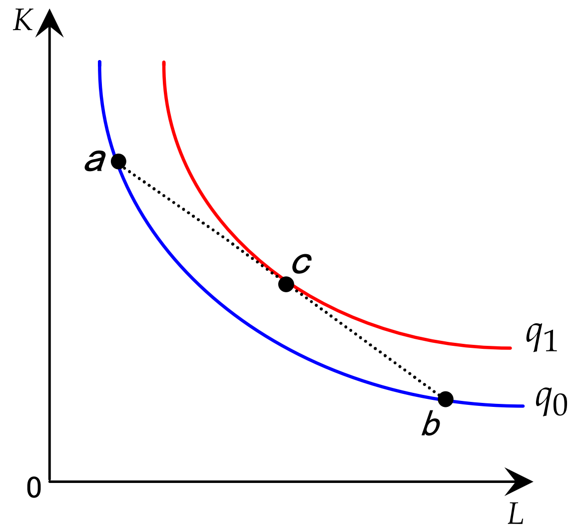


図３．３：凸な等量曲線

同じ等量曲線q^0上にある a 点と b 点を結んだ線上にある任意の c 点に関して，この

c 点を通る等量曲線q^1はq^0より上に位置する（$q^0 < q^1$）．

４．生産の限界代替率

ある投入量の組合せ(L,K)における等量曲線に対する接線の傾きの絶対値を，(L,K)における生産の限界代替率（Marginal Rate of Substitution in Production）（もしくは**技術的限界代替率**）といい，$MRS_p(L,K)$で表す．

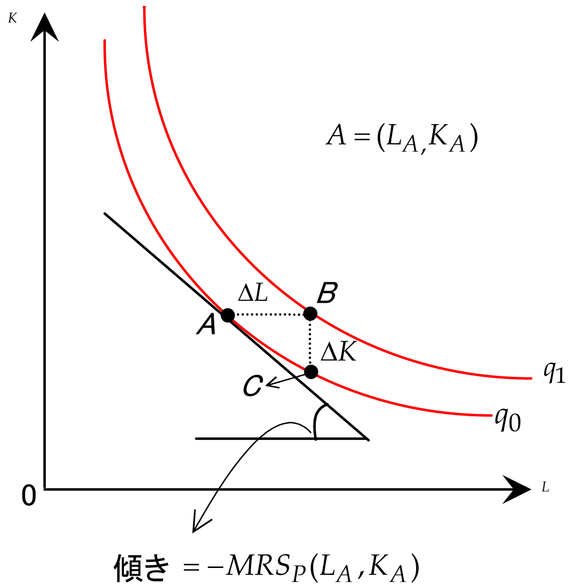


図４．１：生産の限界代替率

生産の限界代替率の意味：生産の限界代替率は，同じ生産水準を保つためには，労働の投入量をもう 1 単位増やしたとき，どれだけの資本の量を減少すべきかを示す．

いま，点$A=(L_A,K_A)$から$\Delta L>0$だけ労働投入量を増やし，B 点へ移ったとしよう．このままだと，生産量はq_0からq_1へ増大してしまう．以前の生産量水準q_0に戻すためには，資本投入量を$\Delta K<0$だけ減少させ，B 点から C 点へ移る必要がある．労働投入の増加量ΔLが微小であるとき，比率$-\Delta K/\Delta L$は$A=(L_A,K_A)$における等量曲線に対する接線の傾きの大きさで示すことができる．

上図のように，等量曲線が微分可能な時には，(L,K)における生産の限界代替率は，(L,K)における等量曲線に対する接線の傾きの大きさ（この場合，傾きは負の値をとるので傾きの絶対値）に等しいものとする：

$$MRS_P(L,K) = -\left.\frac{dK}{dL}\right|_{dq=0} = -\lim_{\Delta L \to 0} \left.\frac{\Delta K}{\Delta L}\right|_{dq=0} .$$

つまり，生産の限界代替率は，労働投入を微小量増加させた時に，生産量qを一定の水準に保つ（$dq = 0$）ために必要な資本投入量の減少分を表す．労働投入量の１単位を十分に小さな値にとれば，これは労働投入１単位当りの資本投入の減少分を表す.

消費理論においては，効用関数が偏微分可能な場合に，

財Ｘの財Ｙで測った限界代替率＝財Ｘの限界効用／財Ｙの限界効用

＝－（無差別曲線の接線の傾き）

という関係が成立した（結果５．１参照）．

同様に，生産関数が偏微分可能な場合に，

生産の限界代替率＝Ｘの限界生産物／Ｙの限界生産物

＝－（等量曲線の接線の傾き）

という関係が成立することを示すことができる（演習問題参照）．

また，生産の限界代替率は，投入物の組合せによって異なることに注意せよ.

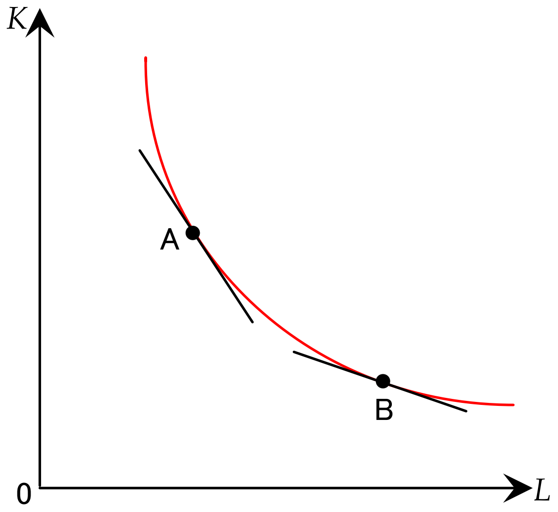


図４．２：生産の限界代替率逓減の法則

点Ｂの方が点Ａより生産の限界代替率が小さい.

なぜか？　点Ｂの方が点Ａよりも，労働 L をより多く投入し，資本 K をより少なく投入しており，資本の方が労働より希少であり，労働の生産性は相対的に低く，資本

の生産性は相対的に大きい．よって，労働の投入量をもう１単位増やしたとき，同じ生産水準を保つために必要な資本の減少量は小さくなる．

生産の限界代替率逓減の法則：一つの等量曲線上に沿って，労働の投入量 L を増加し，資本の投入量 K を減少していくほど，生産の限界代替率が小さくなること．

等量曲線は凸になっているならば，生産の限界代替率逓減の法則が成立する，つまり，$\displaystyle \frac{d}{dL}MRS_P = -\left.\frac{d^2K}{dL^2}\right|_{dq=0} < 0$ ．

５．規模に関する収穫

いま，労働と資本の投入量をともに２倍に拡大したとする．この時，産出量は何倍に拡大するのか？

ケース１：規模に関する収穫一定

労働と資本の投入量をともに２倍に拡大した時，産出量も２倍になる，つまり，$F(2L,2K) = 2F(L,K)$ という関係が成立する．

より一般的には，全ての生産要素の投入量を t 倍にしたとき，産出量も t 倍になる時，つまり，$F(tL,tK) = tF(L,K) \quad (t \geq 0)$

という関係が成立する時，**規模に関して収穫一定**であるという．

労働時間を２倍，機械の台数も２倍にしたとき，産出量は２倍になる．

労働時間を３倍，機械の台数も３倍にしたとき，産出量は３倍になる．

・・・・・・・

労働時間を t 倍，機械の台数も t 倍にしたとき，産出量は t 倍になる．

ケース２：規模に関する収穫逓増

労働と資本の投入量をともに２倍に拡大した時，産出量は２倍より大きくなる，つまり，$F(2L,2K) > 2F(L,K)$ という関係が成立する．

より一般的には，全ての生産要素の投入量をある倍率 t で規模を拡大したとき，t 倍を超える産出量をえる，つまり，$F(tL,tK) > tF(L,K) \quad (t > 1)$

という関係が成立する時，**規模に関して収穫逓増**であるという．

ケース３：規模に関する収穫逓減

労働と資本の投入量をともに２倍に拡大した時，産出量は２倍より小さくなる，つまり，$F(2L,2K) < 2F(L,K)$ という関係が成立する．

より一般的には，全ての生産要素の投入量をある倍率 t で規模を拡大したとき，t 倍を下回る産出量をえる，つまり，$F(tL,tK) < tF(L,K) \quad (t > 1)$

という関係が成立する時，**規模に関して収穫逓減**であるという．

注１：産出量水準が異なれば，生産技術は規模に関して異なったタイプを示す場合がありうる．例えば，産出量が低ければ規模に関して収穫逓増になり，産出量が高くなると規模に関して収穫一定になる場合がありうる．

注２：規模に関する収穫逓減と限界生産物逓減の法則は異なる．前者は，すべての生産要素を比例的に変化させたときの産出量の変化に関する記述であるのに対して，後者は，他の生産要素は固定し，ある一つの生産要素を変化させたときの産出量の変化に関する記述である．

６．**等費用線**

w を労働の価格（賃金），r を資本の価格を表すものとする．これらの値は与えられたものとする．この時，労働を L，資本を K だけ使用したときにかかる費用は,

$C = wL + rK$ と表せる．

いま，資本をある水準 $\overline{K}$ に固定したとする．この時の費用を　$C = wL + f$ と表す，た

だし，ここで $f = r\overline{K}$ である．

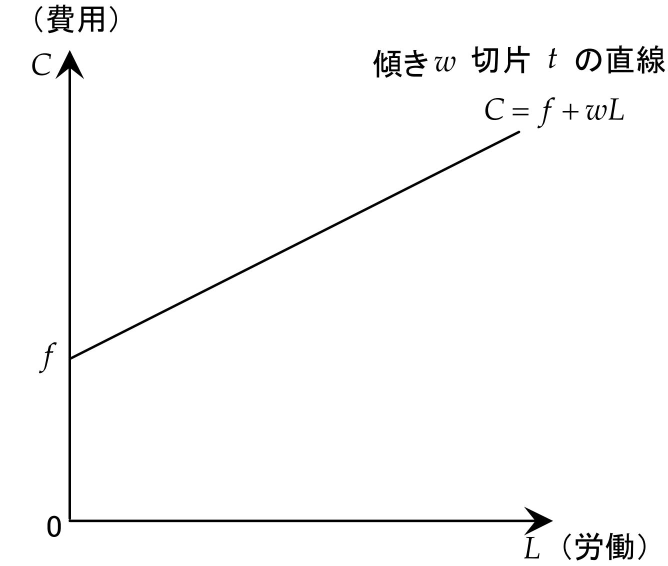


図 6.1：資本を $\overline{K}$ に固定した時の費用

次に，労働 L と資本 K の両方が変化するケースについて考える．この場合，変数は費用 C，労働 L，資本 K の３種類あり，３次元のグラフとなってしまう．２次元のグラフに，これらの変数の関係を表すために，費用の値 C を固定する．

等費用線：一定の費用をもたらす生産要素の組合せを表したもの，つまり，ある一定の値 C について，$C = wL + rK$ の関係を満たす組合せ (L, K) の集合を表したもの．

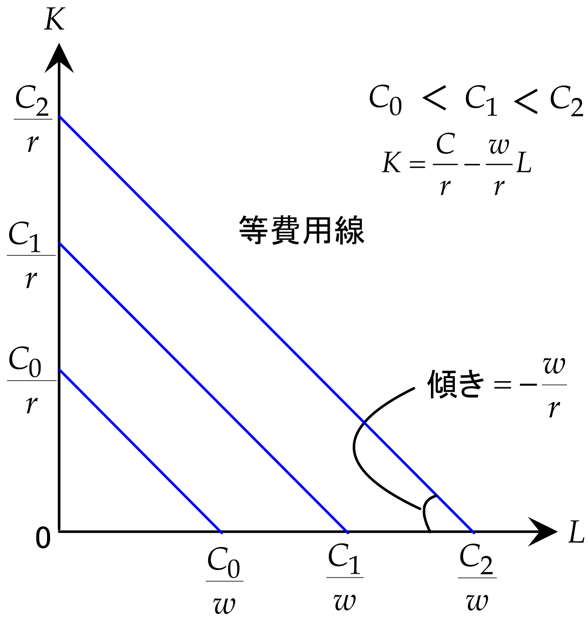


図６．２：等費用線

生産の理論１章〜６章に関する演習問題：

１）ａ)以下の語句の定義を書け。図を用いて表わせるものはそのグラフも書け。

生産要素、生産関数、労働（資本）の限界生産物、労働（資本）の限界生産物逓減の法則、労働（資本）の平均生産物、等量曲線、生産の限界代替率、生産の限界代替率逓減の法則、規模に関して収穫一定、規模に関して収穫逓増、規模に関して収穫逓減、等費用線

ｂ）生産関数の性質を三つ述べよ。

ｃ）労働の限界生産物曲線ＭＰ$_L$と労働の平均生産物曲線ＡＰ$_L$を一つの図に描け。それらの特徴は何か？

ｄ）等量曲線の性質を五つあげよ。

２）限界生産物と生産の限界代替率の間にはどのような関係が成立するか．またこの関係を証明せよ（ヒント：消費の理論，５．３節．限界効用と限界代替率を参照）．

＊３）生産関数が$q = F(L,K) = L^{1/2}K^{1/2} = \sqrt{LK}$で与えられたとしよう．

ａ）労働の平均生産物関数AP_Lと資本の平均生産物関数AP_Kを求めよ．

ｂ）$K = 100$としよう．労働の平均生産物曲線AP_Lを描け．

ｃ)上記の生産関数に関しては, 限界性産物$MP_L = \dfrac{\partial F}{\partial L}$, $MP_K = \dfrac{\partial F}{\partial K}$を求めよ．$K = 100$の場合における労働の限界生産物曲線$MP_L$をｂ）と同じ図に描け．これのグラフの特徴は何か？限界生産物曲線と平均生産物曲線の間の関係は？

ｄ）$q = 10$の時の等量曲線を描け．

ｅ）$q = 10$とする．問３－ｃ）の結果と問２）の答えから，以下の点に関する生産の限界代替率を求めよ．イ）$L = K = 10$，ロ）$L = 5, K = 20$，ハ）$L = 20, K = 5$．生産の限界代替率減少の法則は成立しているか？

４）以下の生産関数を考えよう．

ａ) $F(L,K)=L^{0.3}K^{0.3}$　ｂ） $F(L,K)=L^{0.5}K^{0.5}$ ｃ） $F(L,K)=L^{0.6}K^{0.6}$　d) $F(L,K)=LK$

i)　上記の生産関数の各々について，生産関数の三つの性質が満たされているか否かをチェックせよ.

ii)　上記の生産関数の各々について，生産の限界代替率逓減の法則が満たされているか否かをチェックせよ.

iii)　上記の生産関数の各々について，規模に関して収穫一定，規模に関して収穫逓減，規模に関して収穫逓増の内，どれが成立しているか？

注：効用関数と同様に，以下の形をした生産関数がよく分析される.

コブ＝ダグラス型生産関数： $F(L,K)=AL^{\alpha}K^{\beta}$， $A>0,\alpha>0,\beta>0$.

５）コブ＝ダグラス型生産関数が，規模に関して収穫一定，規模に関して収穫逓減，規模に関して収穫逓増のいずれかであるかは，$\alpha+\beta$ の値に依存して決まる．３つの内どれになるかが，$\alpha+\beta$ の値にどのように依存するかを示せ.

６）ａ）限界生産物の逓減の法則が成立するが，規模に関して収穫逓増であるような生産関数は存在するか？存在するならば，例を一つあげよ．存在しないならば，その理由を示せ.

ｂ）限界生産物の逓減の法則が成立するが，規模に関して収穫一定であるような生産関数は存在するか？存在するならば，例を一つあげよ．存在しないならば，その理由を示せ.

7．利潤最大化

企業は，労働と資本をどれだけ使用するのか？

企業の目的＝利潤の最大化：企業は利潤を最大化するように生産要素の投入量を決定するものとする．利潤＝収入－費用：$\pi = R - C$

ここで，収入＝価格×数量：$R = pq = pF(L,K)$

さらに，費用＝賃金×労働投入量＋資本の価格×資本投入量：$C = wL + rK$.

よって，$\pi = R - C = pF(L,k) - wL - rK$　利潤は労働量 L と資本量 K の関数 $\pi(L,K)$.

7．1　労働の最適投入量

いま資本量を $\overline{K}$ に固定し，労働の投入量のみを変化させるとしよう．

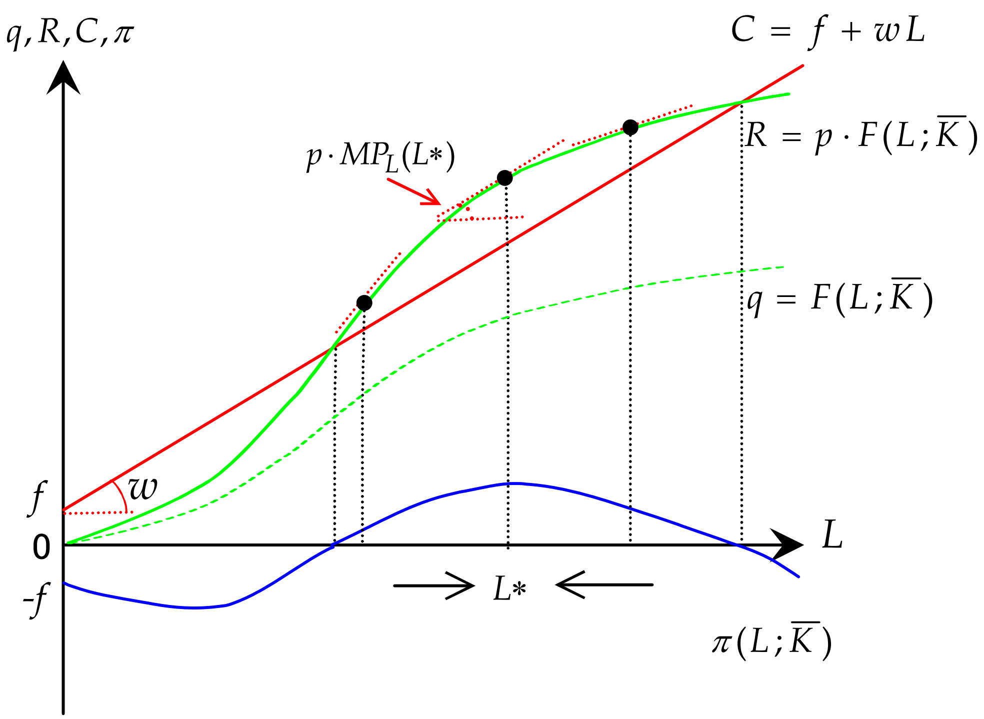


図７．１：総生産曲線，総収入曲線 R，総費用線 C，利潤曲線 π

利潤の大きさ $\pi(L)$＝収入曲線 $R(L)$ と費用曲線 $C(L)$ の間の高低差.

労働投入量が $L*$の時，利潤は最大になる．最適投入量 $L*$では次の条件が成立する：

総収入曲線 R の $L*$における接線の傾き＝費用線 Cの傾き

つまり，$pMP_L(L*) = w$　労働の限界生産物の価値＝労働の価格（賃金）

結果７．１：

企業が利潤を最大にする労働投入水準 $L*$においては，労働の限界生産物の価値と労働の価格が等しくなる，つまり，$pMP_L(L*)=w$ が成立する．

注：結果７．１は，利潤関数 $\pi(L,\overline{K})=pF(L,\overline{K})-wL-r\overline{K}$ を L について偏微分したものをゼロとおく，つまり，

$$\frac{\partial \pi(L*,\overline{K})}{\partial L}=p\frac{\partial F(L*,\overline{K})}{\partial L}-w=0$$

から求まる．ただし，これは利潤最大化のための１階の条件（必要条件）にすぎず，上式の解 $L*$ が利潤を最大にしていることを保証するためには，さらに以下の最大化のための２階の条件（十分条件）が満たされなければならない：

$$\frac{\partial^2 \pi(L*,\overline{K})}{\partial L^2}=p\frac{\partial^2 F(L*,\overline{K})}{\partial L^2}<0$$

いま価格は正の値をとる（$p>0$）なので，このことは，利潤を最大にする労働量 $L*$ では，労働の限界生産物が逓減している（$\frac{\partial^2 F(L*,\overline{K})}{\partial L^2}<0$）ことを意味している．

７．２　資本の最適投入量

次に，労働量を $\overline{L}$ に固定し，資本の投入量のみを変化させる場合を考える．この時も前節と同じ分析を当てはめることができる．

結果７．２：

企業が利潤を最大にする資本投入水準 $K*$においては，資本の限界生産物の価値と資本の価格が等しくなる，つまり，$pMP_K(K*)=r$ が成立する．

注：結果７．２は，

$$\frac{\partial \pi(\overline{L},K*)}{\partial K}=p\frac{\partial F(\overline{L},K*)}{\partial K}-r=0$$

から求まる．これが利潤最大化のための１階の条件（必要条件）で，２階の条件（十

分条件）は，

$$\frac{\partial^2 \pi(\overline{L},K*)}{\partial K^2} = p\frac{\partial^2 F(\overline{L},K*)}{\partial K^2} < 0\,,$$

つまり，資本の限界生産物が逓減していなければならない（$\dfrac{\partial^2 F(\overline{L},K*)}{\partial K^2} < 0$）．

８．費用最小化

問題：ある与えられた生産量q_0だけ生産物をつくるために，費用が最も少なくてすむ労働と資本の効率的な組合せは何か？

８．１．費用最小化条件

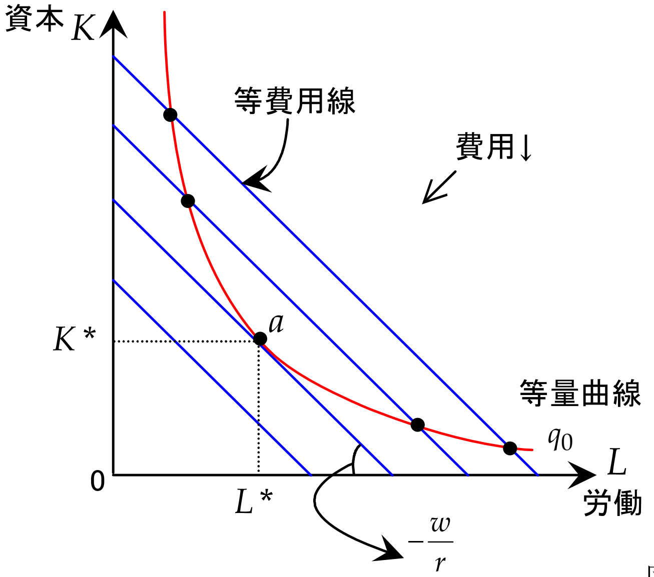


図 8.1：費用最小化

左下に位置する等費用線ほど，費用は小さい．生産水準q_0を実現し費用が最小ですむ労働と資本の組合せは，等費用線が等量曲線と接する a 点（L^*, K^*）で与えられ，以下の関係が成立する．

等量曲線の接線の傾き＝等費用線の傾き

つまり，生産の限界代替率＝賃金／資本の価格，$MRS_p(L^*,K^*) = \dfrac{w}{r}$

８．２．生産要素価格の変化

いま，賃金がw_0からw_1へ上昇し，資本の価格rには変化がないものとする．

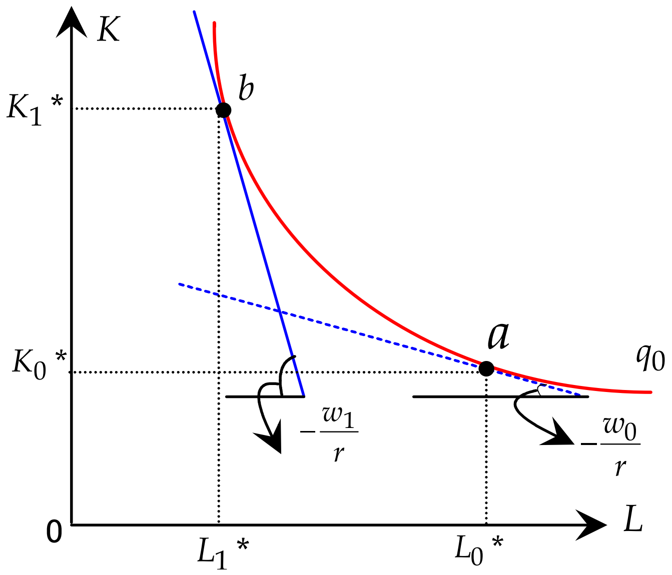


図８．２：賃金の変化 $w_0 < w_1$

生産量q_0を実現し費用最小化をもたらす生産要素の組合せ：

賃金：$w_0 < w_1$　労働：$L_0^* > L_1^*$　資本：$K_0^* < K_1^*$

代替効果：賃金が相対的に高くなったため，労働の投入量がL_0^*からL_1^*に減少し，代わりに資本の投入量がK_0^*からK_1^*へ増大した．

８．３．拡張経路

賃金wと資本の価格rは一定で，生産量を変化させる．

拡張経路：生産要素の価格は一定にして，生産量をさまざまに変化させた時の，費用最小点の軌跡，つまり，費用最小を実現する生産要素の組合せがどのように変化するかを表したもの．

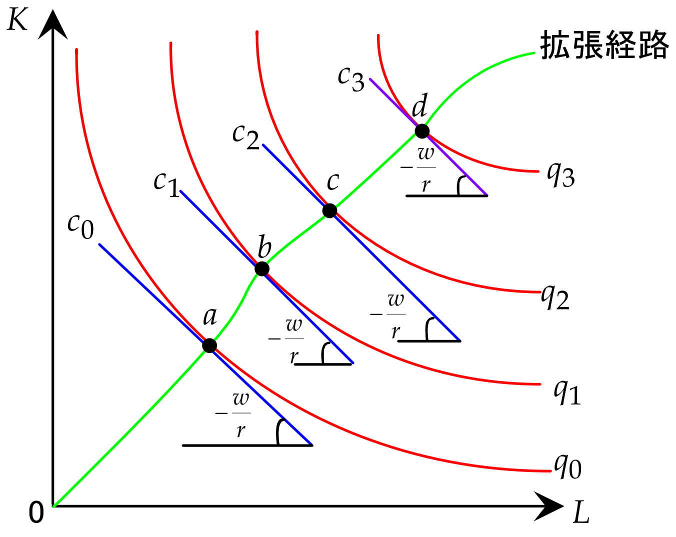


図８．３：拡張経路

生産量水準	費用最小化をもたらす(L,K)	最小費用の値
q_0	$a=(L_0^*,K_0^*)$	$C_0=wL_0^*+rK_0^*$
q_1	$b=(L_1^*,K_1^*)$	$C_1=wL_1^*+rK_1^*$
q_2	$c=(L_2^*,K_2^*)$	$C_2=wL_2^*+rK_2^*$
q_3	$d=(L_3^*,K_3^*)$	$C_3=wL_3^*+rK_3^*$

９．費用曲線

拡張経路から，それぞれの生産量に対応した最小費用を知ることができる．

費用関数，C：さまざまな生産量 q に対して，それを実現するための最小費用額 $C(q)$ を表したもの．

９．１．固定費用，可変費用，総費用

固定費用(fixed cost)：生産量の水準とは無関係に支払わねばならない費用．記号 f で表す．例）工場の建設費用

可変費用(variable cost)：生産量の増加につれ上昇する費用（生産量が変わるとそれに

つれて費用も変わるので「可変」費用と呼ぶ）とは生産量が q の時の可変費用の値を $VC(q)$ と表す．例）原材料購入コスト，支払い賃金

総費用(total cost)：可変費用と固定費用の和． $C(q) = VC(q) + f$ と表す.

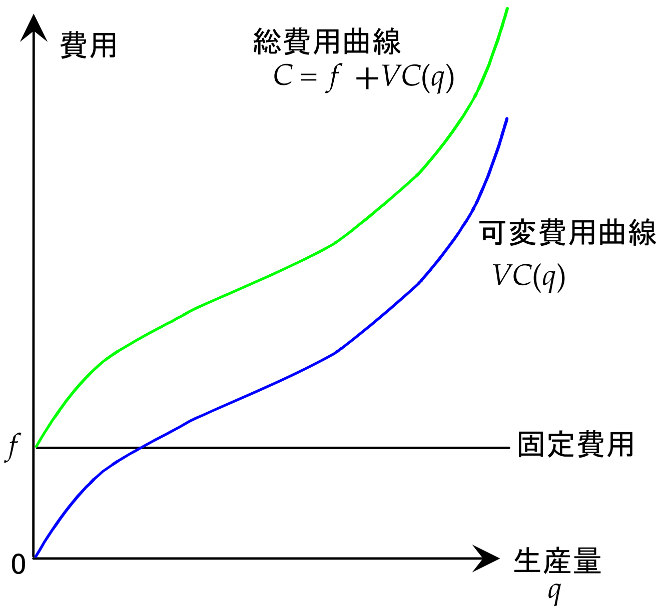


図９．１：総費用曲線，可変費用曲線，固定費用曲線

９．２．平均費用と限界費用

平均費用(average cost), AC：生産物１単位当たりの総費用の値.

$$AC(q) = \frac{C(q)}{q} = \frac{VC(q)}{q} + \frac{f}{q}$$

平均可変費用(average variable cost), AVC：生産物１単位当たりの可変費用の値.

$$AVC(q) = \frac{VC(q)}{q}$$

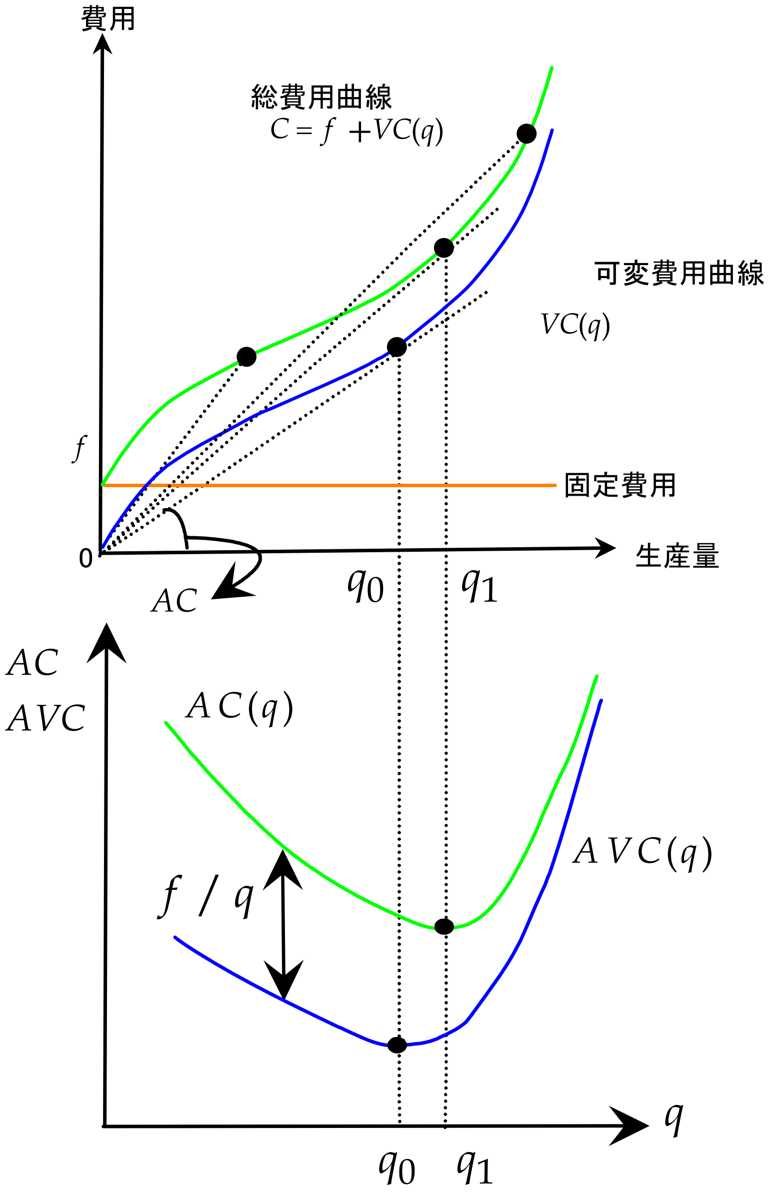


図９．２：総費用曲線，平均費用曲線，平均可変費用曲線

平均（可変）費用は原点から総費用（可変費用）曲線を結んだ直線の傾きで表せる．

$AC(q) = AVC(q) + f/q$ という関係があり，$f/q > 0$ であるので，$AC(q) > AVC(q)$ である．しかし，生産量 q が増大するにつれ，f/q の値は小さくなり，$AC(q)$ と $AVC(q)$ の差は小さくなっていく．平均可変費用曲線 AVC が最小値をとる生産量 q_0 は平均費用曲線 AC が最小値をとる生産量 q_1 より小さい．

限界費用(marginal cost)，MC：生産物を追加的に１単位増大するために必要な費用の増加分．$MC = \dfrac{\Delta C}{\Delta q}$

MC は費用曲線の接線の傾きである．いま，$MC = \dfrac{\Delta C}{\Delta q} = \dfrac{\Delta VC}{\Delta q} + \dfrac{\Delta f}{\Delta q} = \dfrac{\Delta VC}{\Delta q}$ であることに注意しよう．つまり，可変費用だけが限界費用に関して問題となる．

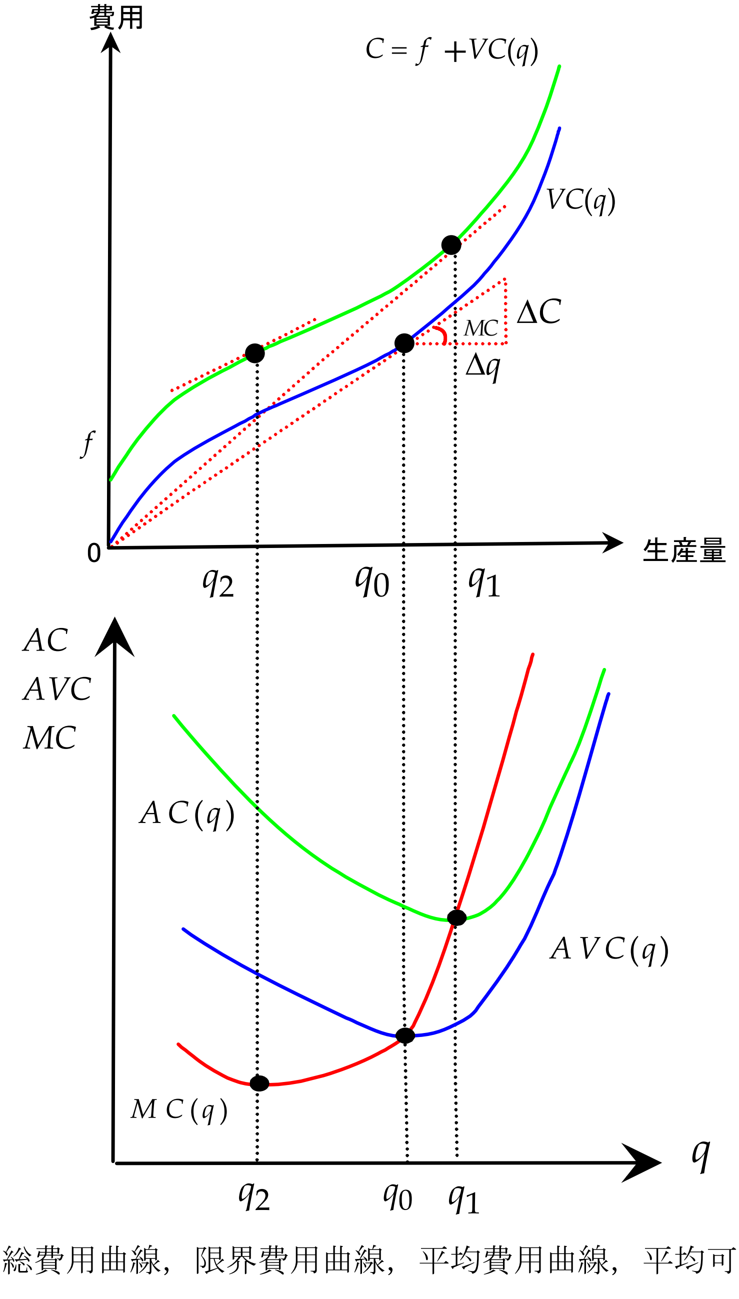


図９．３：総費用曲線，限界費用曲線，平均費用曲線，平均可変費用曲線

MC 曲線の特徴，MC, AC, AVC 曲線の関係：

１）MC 曲線は当初減少して，最小値に達して，以後増加傾向を示す.

２）MC 曲線は AC 曲線の最小値と AVC 曲線の最小値の両方を通過する.

３）MC 曲線が AC 曲線より下方（上方）に位置する時，AC 曲線は減少（増加）する. 同様の関係は MC 曲線と AVC 曲線についても成立する.

生産の理論７章～９章に関する演習問題

１） a）以下の語句の定義を書け．図を用いて表わせるものはそのグラフも書け.

総生産曲線，総収入曲線，総費用線，利潤曲線，拡張経路，費用関数，固定費用，可変費用，総費用，平均費用，平均可変費用，限界費用

b）いま，資本の投入量を一定に固定したとする．利潤が最大になるような労働の最適投入量においてはどのような条件が成立していなければならないか？また，労働の投入量を一定に固定した場合に，利潤が最大になるような資本の最適投入量において成立していなければならない条件は何か？

c）一定の生産量水準を実現し，費用が最小になるような労働と資本の最適な組み合わせにおいては成立している条件は何か？

２）ラグランジェ法を用いて，費用最小化条件を導出せよ．費用最小化のための 2 階の条件（十分条件）としては，さらにどのような条件が満たされなければならないか？

３）コブ＝ダグラス型生産関数 $q=F(L,K)=L^{1/2}K^{1/2}=\sqrt{LK}$ を考えよう．いま，生産量 $q=10$ とする.

a） $w=40$， $r_0=10$ とする．ラグランジェ法を用いて，費用最小化をもたらす生産要素の組合せ L_0^*, K_0^* 求めよ.

b）資本の価格が $r_0=10$ から $r_1=40$ に上昇したとする（賃金は同じ）．ラグランジ

ェ法を用いて，費用最小化をもたらす生産要素の組合せL_1^*, K_1^*を求めよ．

ｃ）ａ）とｂ）の答えを，等量曲線を書いて図に表せ．一般に，労働の価格（賃金）は変化せず，資本の価格が上昇したとき，費用最小化をもたらす資本と労働の組み合わせはどのように変化すると言えるか？

４）上記と同じコブ＝ダグラス型生産関数$q=F(L,K)=L^{1/2}K^{1/2}=\sqrt{LK}$を考えよう．

ａ）$w=10$，$r=40$とする．生産量が$q_0=10$，$q_1=20$，$q_2=40$と変わった時の，費用最小化をもたらす生産要素の組合せ(L_0^*, K_0^*)，(L_1^*, K_1^*)，(L_2^*, K_2^*)を各々求めよ（ラグランジェ法を使え）．また，それらを図に表せ． さらに，各生産量を達成する最小費用の値C_0, C_1, C_2を求めよ．

ｂ）ａ）の答えの一般化：賃金と資本の価格が与えられたものとし，それらを一般的に，賃金の値をw，資本の価格の値をrと表そう．また，生産量の値も一般的にqと表す．この時，ラグランジェ法を用いて，費用最小化をもたらす生産要素の組合せ$(L*, K*)$を求めよ（$L*$をq，w，rの関数$L*(q;w,r)$，同様に$K*$もq，w，rの関数$K*(q;w,r)$として表せ）．拡張経路はどのような形になるか．ａ）で書いた図に拡張経路を描け. また, 費用関数を求めよ (最小費用をq, w, rの関数$C(q;w,r)$として表せ).

＊ 注：拡張経路が原点を通る直線となるケース，つまり，生産の限界代替率が原点を通る直線上で一定となる生産関数は**ホモセティックな生産関数**と呼ばれる．コブ＝ダグラス型生産関数はホモセティックな生産関数の一種である．

＊５）限界費用（ＭＣ）曲線，平均費用（ＡＣ）曲線，平均可変費用（ＡＶＣ）曲線の間の関係関係を数学的に導出できるか？（ヒント：商の微分を使う．「限界性産物曲線と平均生産物の関係」を参照．）

１０．最適規模

費用関数の概念を用いて企業の利潤最大化行動を再検討する．

利潤＝収入－費用：$\pi(q) = R(q) - C(q) = pq - C(q)$

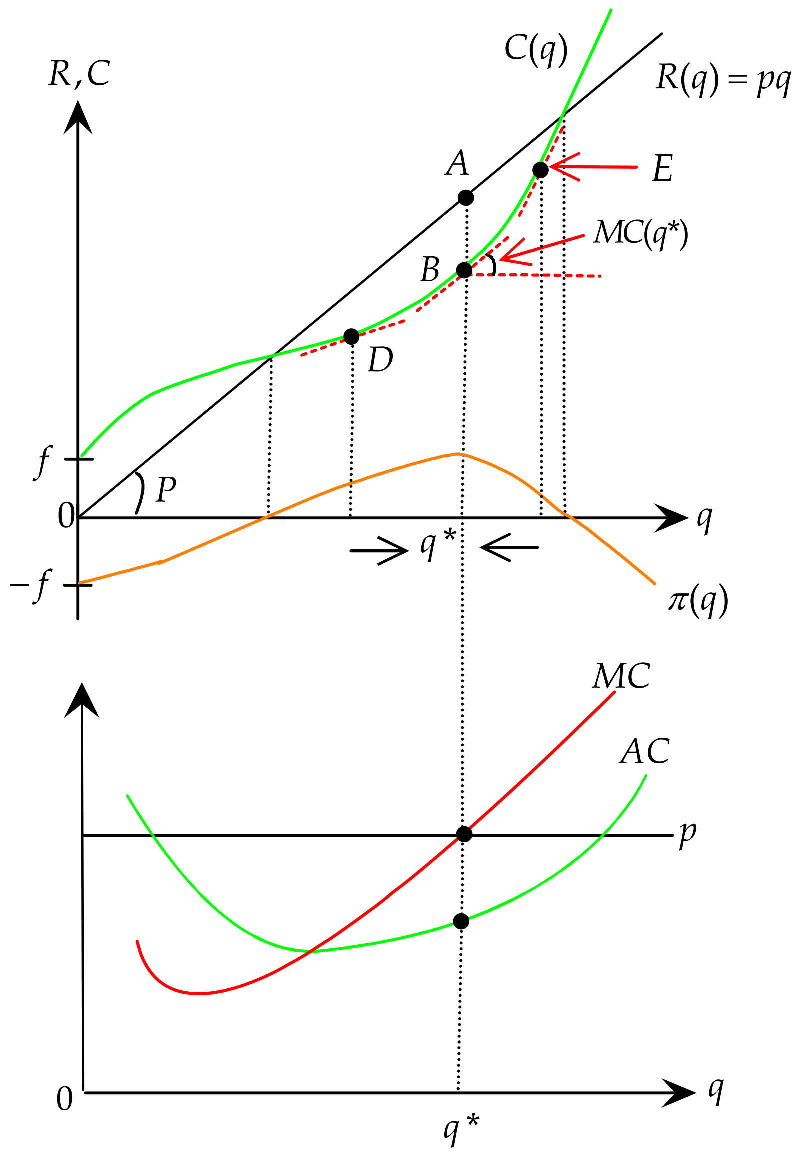


図１０．１：利潤最大化

利潤の大きさ $\pi(q)$＝収入直線 $R(q)$ と費用曲線 $C(q)$ の間の高低差

生産量が $q*$ の時，利潤は最大となる．最適生産量では以下の条件が成立している：

収入直線Ｒの傾き＝費用曲線Ｃの $q*$ における接線の傾き

つまり，　$p = MC(q*)$　生産物価格＝限界費用

なぜか？

（ｉ）$q < q*$ では，

（１０．１）　　　　$p > MC(q)$

が成立している（例えばＤ点）．いま q から１単位生産を増大させたとしよう．その時収入 R は，$\Delta R = p$ だけ増加する．しかし，同時に費用も，$\Delta C = MC(q)$ だけ増加する．すると利潤は，

$$\Delta\pi = \Delta R - \Delta C = p - MC(q) > 0 \text{ （（１０．１）より）}$$

だけ増加することになる．よって，$q < q*$ では利潤最大化は実現されず，生産量を増やすことによって利潤は増大できる．

(ii) $q > q*$ では，

（１０．２）　　　　$p < MC(q)$

が成立している（例えばＥ点）．いま q から１単位生産を減少させたとしよう．その時収入 R は，$\Delta R = -p$ だけ減少する．しかし，同時に費用も，$\Delta C = -MC(q)$ だけ節約できる．すると利潤は，

$$\Delta\pi = \Delta R - \Delta C = -p + MC(q) > 0 \text{ （（１０．２）より）}$$

だけ増加することになる．よって，$q > q*$ では利潤最大化は実現されず，生産量を減少させることによって利潤は増大できる．

よって，$q*$以外の生産水準においては，生産量を変化させることによって利潤を増大できる．他方，$q*$においては，そこから生産量を変化させても利潤は減少するだけである．

結果１０．１：
企業が利潤を最大にする生産水準 $q*$においては，価格と限界費用が等しくなる，つまり，$p = MC(q*)$ が成立する．

注：結果１０．１は，利潤関数 $\pi(q) = pq - C(q)$ を q について微分したものをゼロとおく，つまり，

$$\frac{d\pi(q*)}{dq} = p - \frac{dC(q*)}{dq} = 0$$

から求まる．ただし，これは利潤最大化のための 1 階の条件（必要条件）にすぎず，上式の解$q*$が利潤を最大にしていることを保証するためには，さらに以下の最大化のための２階の条件（十分条件）が満たされなければならない：

$$\frac{d^2\pi(q*)}{dq^2} = -\frac{d^2C(q*)}{dq^2} < 0$$

このことは，利潤を最大にする生産量$q*$では，限界費用が逓増している（$\frac{d^2C(q*)}{dq^2} > 0$）ことを意味している．

１１．企業の供給曲線

価格が変化すると最適生産量はどう変化するのか？

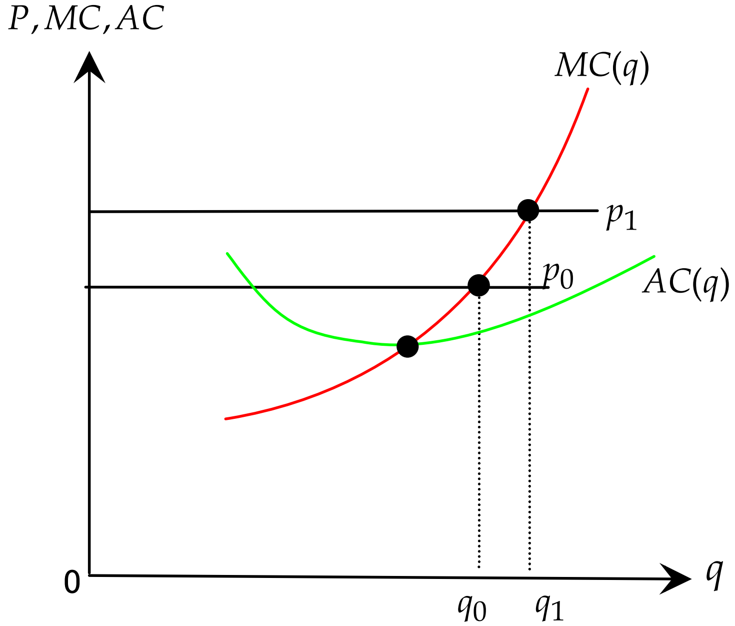


図 11.1:最適生産量と価格変化　価格上昇：$p_0 \to p_1$　最適生産量：$q_0 \to q_1$

価格が上昇すると，価格と最適生産量の組合せを表す点はMC曲線上に沿って上昇．

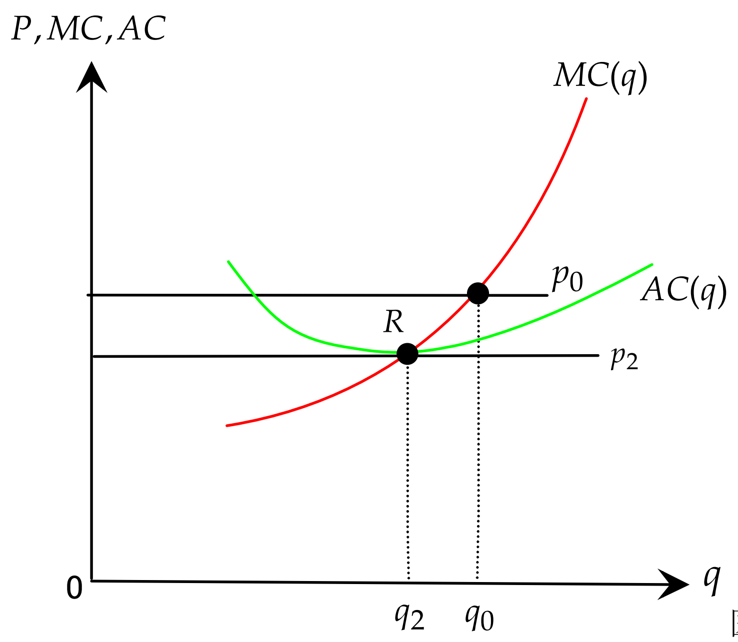


図１１．２　損益分岐点

価格下落：$p_0 \to p_2$　最適生産量：$q_0 \to q_2$

点 R においては，$p_2 = AC(q_2) = C(q_2)/q_2$ が成立．よって，$\pi(q_2) = p_2 q_2 - C(q_2) = 0$．つまり，価格が p_2 の時，企業の最適生産量は q_2 で，可能な最大利潤は 0 である．点 R は**損益分岐点**と呼ばれる．最大利潤がゼロとなるような価格と生産量の組合せを表すのが損益分岐点である．

点 R で最大利潤はゼロなので，企業は操業を停止するのか？

停止しない！なぜか？いま企業が操業を停止したとする，つまり，$q = 0$．この時利潤は，$\pi(0) = p \cdot 0 - C(0) = 0 - VC(0) - f = -f < 0 = \pi(q_2)$

となる．よって，価格が p_2 の時，企業は q_2 生産した方が，操業停止するよりも多くの利潤を得ることができる．

さらに価格が下落し，p_2 よりも低い水準まで下がると，最大利潤はマイナスとなる．しかし，そのマイナス分が，操業停止したときの利潤＝固定費用のマイナス分($-f$)より大きい限り，操業を続行($q > 0$)する．

操業を停止するのは，利潤のマイナス分が固定費用のマイナス分($-f$)と等しくなる

ところ，つまり，

$$pq - C(q) = -f$$

が成立するようなところである．上式を書き換えると，

$$pq - VC(q) - f = -f \qquad \therefore p = \frac{VC(q)}{q}$$

つまり，価格 p と平均可変費用 $AVC(q)$ が等しくなるところで企業は操業を停止する．

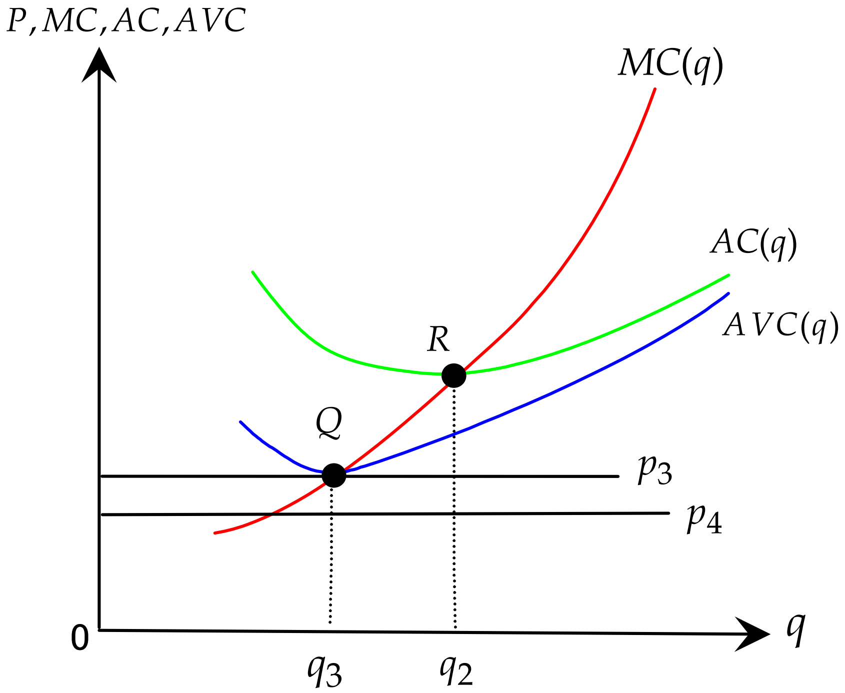


図１１．３　操業停止点

価格が p_3 の時，生産量 q_3 で $p_3 = MC(q_3)$ が成立する．ところが，q_3 においては，$p_3 = AVC(q_3)$，つまり，価格と平均可変費用は等しくなり，企業は生産量 q_3 を選んでも，操業を停止し生産量ゼロを選んでも利潤は同じとなる．価格が p_3 より低くなれば，企業は操業停止した方が，価格と限界費用が等しくなるような生産量を選ぶよりも大きな利潤を得る．点Ｑは**操業停止点**と呼ばれ，そこでは限界費用曲線ＭＣと平均可変費用ＡＶＣが交わっている．最大利潤が操業停止した場合に得られる利潤と等しくなるような価格と生産量の組合せを表すのが操業停止点である．

企業の供給曲線 S：さまざまな価格水準に対して最適生産水準はいくらかを示したもの．

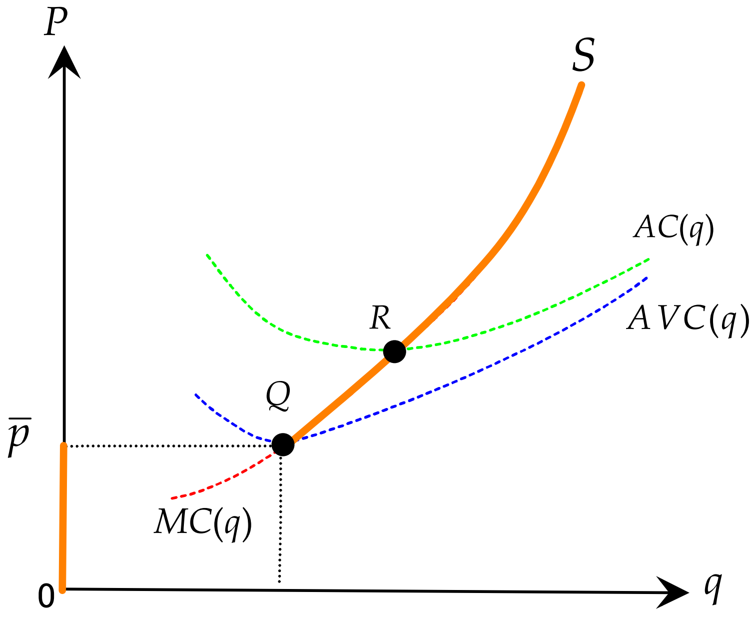


図１１．４　企業の供給曲線

価格が $\overline{p}$ 以上の時，供給曲線はMC曲線と同じである．

価格が $\overline{p}$ より小さい時，供給曲線は縦軸$(q=0)$となる．

１２．産業供給

ある特定の財を生産している企業の集まりを産業と呼ぶ．産業供給は，ある産業に属する n 個の企業の総産出量である．例えば，価格が p^0 の時，各企業の産出量は q_i^0 で，産業供給量は $Q^0=\sum_{i=1}^{n} q_i^0$ である．一般に，価格が p の時の産業企業供給量は $Q(p)=\sum_{i=1}^{n} q_i(p)$ で表される，ここで $q_i(p)$ は価格が p の時の企業 i の供給量である．

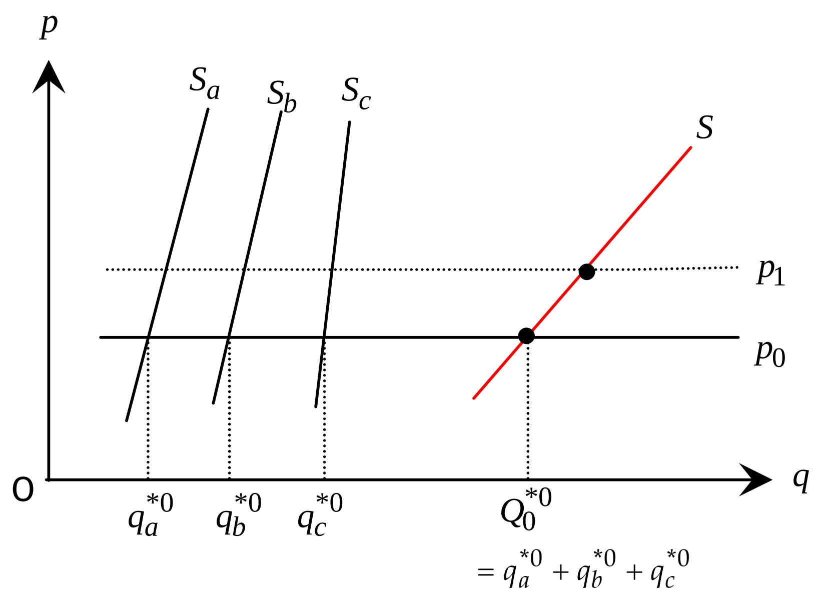


図１２．１　産業供給曲線：３企業 a , b, c のケース

競争産業の供給曲線は，企業の供給曲線を水平に足し合わせたものである．

１３．短期と長期

２種類の生産要素：

可変要素：すぐに調整できるもの．労働，原材料等.

固定要素：調整に時間のかかるもの．資本，土地などの生産設備.

短期：固定要素，つまり資本，土地などの生産設備は変更できない．労働，原材料といった可変要素のみ調整できる．

長期：固定要素，つまり資本，土地などの生産設備も変更できる．すべての生産要素は可変要素となる．

これまでは短期について分析してきた．この節では，長期の費用曲線について考察する．長期においては生産設備の大きさも企業は選択できる．

例）三つの生産設備の規模：

小規模 f_1，中規模 f_2，大規模 f_3，固定費用の大きさが異なる． $f_1 < f_2 < f_3$

C_1 ：小規模生産設備下での短期費用曲線　C_2 ：中規模生産設備下での短期費用曲線

C_3 ：大規模生産設備下での短期費用曲線

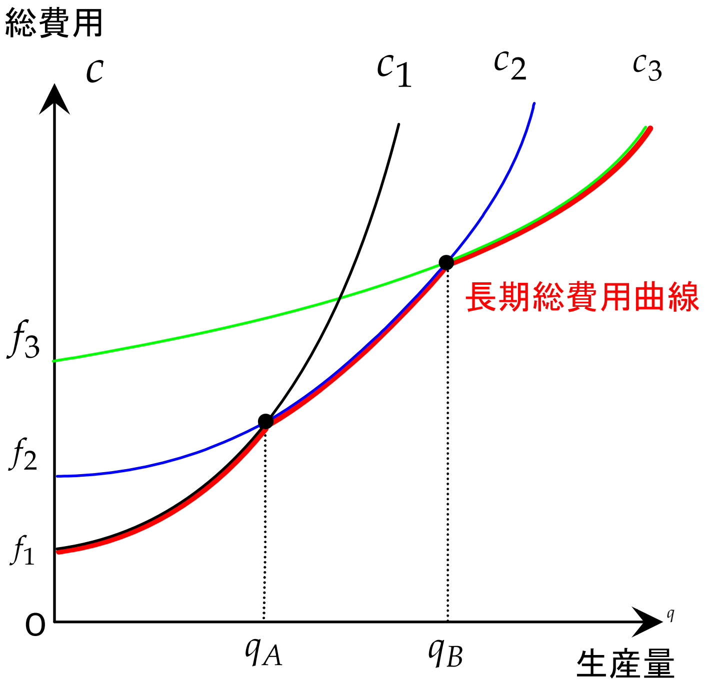


図１３．１　長期総費用曲線

小規模生産　$0 \le q \le q_A$　C_1 が最も下に位置する．小規模設備が効率的.

中規模生産　$q_A < q \le q_B$　C_2 が最も下に位置する．中規模設備が効率的.

大規模生産　$q_B < q$　C_3 が最も下に位置する．大規模設備が効率的.

「長期総費用曲線」　各生産水準について，生産設備の水準の調整も行った上で実現できる最も低い総費用はいくらかを表す.

上では三種類の生産設備の規模の選択のみが可能であった．生産設備の水準が様々なレベルに調整できる場合，長期総費用曲線は以下のようになる．

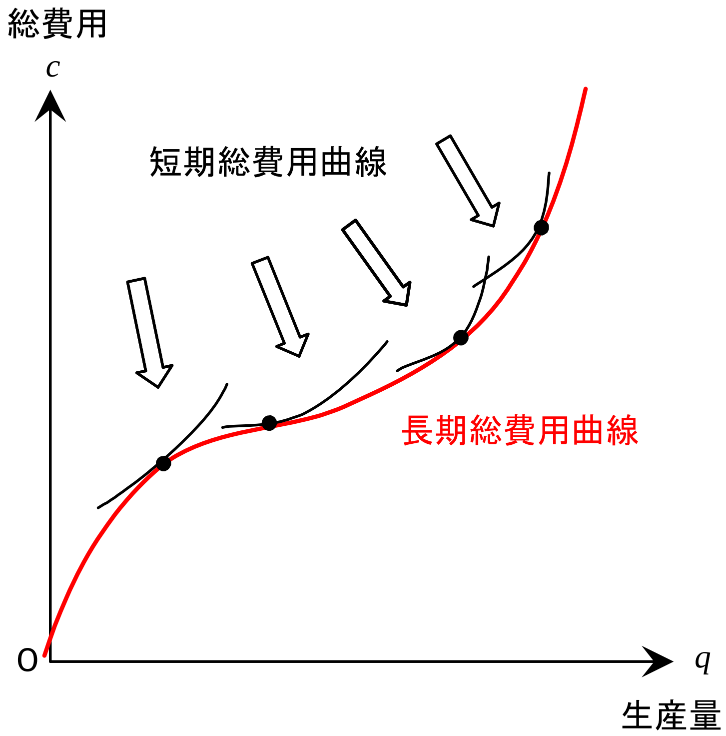


図１３．２　長期総費用曲線と短期総費用曲線

長期総費用曲線は短期総費用曲線群の下方包絡線となる．

限界費用曲線と平均費用曲線は短期と長期ではどうような関係にあるか？

LMC：長期限界費用曲線　*LAC*：長期平均費用曲線

SMC：短期限界費用曲線　*SAC*：短期平均費用曲線

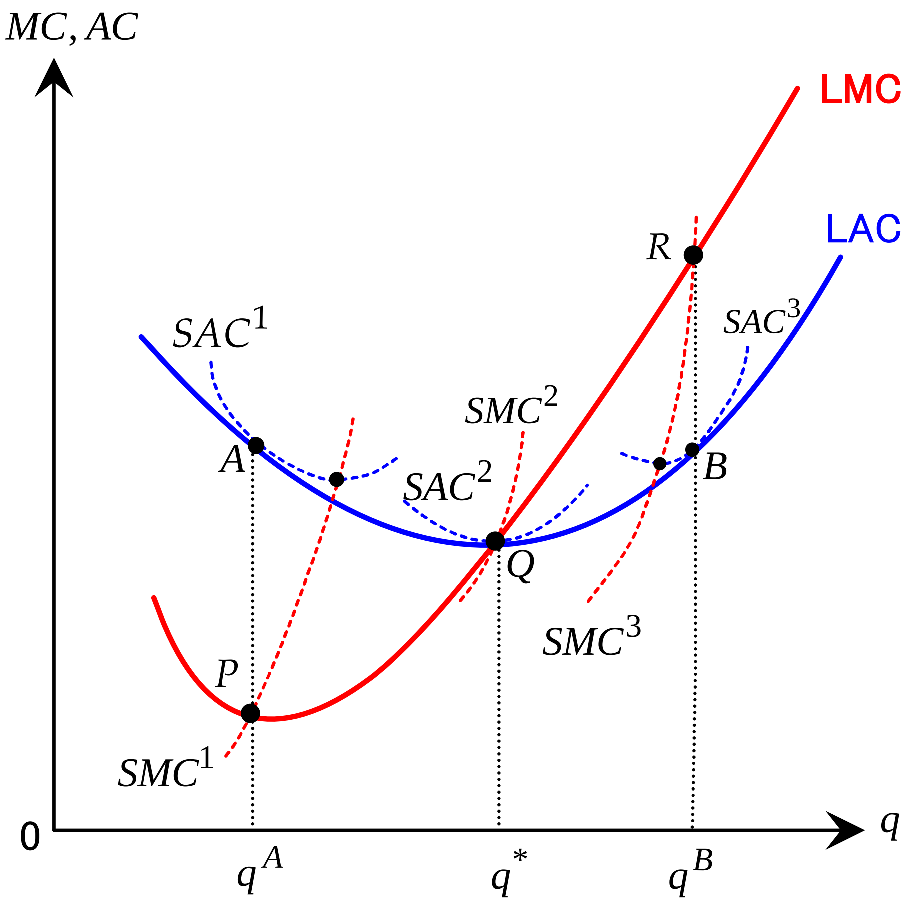


図１３．３　限界費用曲線と平均費用曲線：短期と長期

***LMC*，*LAC*，*SMC*，*SAC* の特徴：**

１）長期平均費用曲線 *LAC* は短期平均費用曲線群 *SAC* の下方包絡線である．

２）長期限界費用曲線 *LMC* と長期平均費用曲線 *LAC* は，共に当初下降して最小点に達し，それ以降上昇する．しかし，*LMC* の最小点は *LAC* 最小点より左側にある．

３）長期限界費用曲線 *LMC* は短期限界費用曲線群 *SMC* の下方包絡線とはならない．（*SMC* は生産量が変化した時の短期可変費用のみの変化率に等しいが，*LMC* は固定費用を含めたすべての費用が変わる時，生産量が変化した時の総費用の変化率である．）

生産の理論１１章～１３章に関する演習問題

１）ａ）企業が利潤を最大にする生産水準において成立している条件は何か？なぜその条件が成立していなければならないか？

ｂ）以下の語句の定義を書き，図を用いて表せ.

損益分岐点，操業停止点，企業の供給曲線，産業の供給曲線

２）ａ）生産活動に関して，長期と短期の重要違いは何か？

ｂ）長期総費用曲線とは何か？一つの図に長期費用曲線と短期総費用曲線を描け.

ｃ）一つの図に，長期限界費用曲線（LMC），長期平均費用曲線（LAC），短期限界費用曲線（SMC），短期平均費用曲線（SAC）を描け．それらの特徴を述べよ.

３）完全競争市場に属するある企業の（短期における）生産活動を考える．いま財の生産量をqで表わそう．固定費用=１２，可変費用関数を$VC(q)=3q^2$とする.

ａ）総費用関数$C(q)$を求めよ．また，総費用曲線，可変費用曲線，固定費用を一つの図に書け.

ｂ）平均費用関数$AC(q)$，平均可変費用関数$AC(q)$，限界費用関数$MC(q)=\dfrac{dC}{dq}$を求めよ.

ｃ)財の価格はｐ＝２４であるとしよう.利潤を最大にする生産量の値 $q*$ を求めよ.また，最大利潤の値$\pi*$を求めよ.

ｄ）損益分岐点と操業停止点を求めよ．また，平均費用曲線，平均可変費用曲線，限界費用曲線を一つの図に書け．さらに，損益分岐点と操業停止点がどこかを示せ.

ｅ）この企業の供給曲線を求め，図に表せ.

４）固定費用 = 32/3，可変費用関数を$VC(q)=\dfrac{1}{3}q^3-2q^2+6q$とする．問３）と同じ問題ａ）～ｅ）について答えよ．ただし，ｃ）について価格は$p=66$であるとする.

５）賃金w，資本の価格rを所与として行動する完全競争企業を考える．いま，生産関数は$q=6L^{\frac{1}{3}}K^{\frac{2}{3}}$で表されるものとする．また，短期において，労働が可変要素，資本が固定要素であるとしよう．

ａ）短期費用関数$C_S(q)$を求めよ．

ｂ）長期費用関数$C_L(q)$を求めよ．

ｃ）長期費用関数を描いた長期費用曲線が短期費用関数を描いた短期費用曲線の包絡線になっていることを示せ，つまり，

（１）任意の$q>0$について，$C_L(q)\le C_S(q)$が成立する．

（２）上の不等式の等号は，ただ一つの生産量$q(K;w,r)$において成立する．また，この点において，$C_L(q)$と$C_S(q)$はお互いに接する．

III　競争均衡

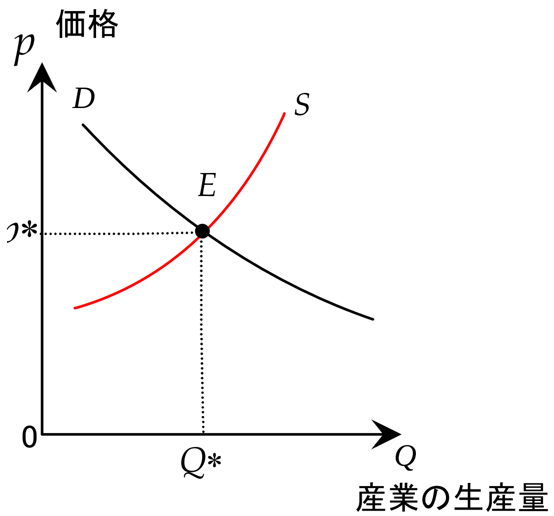


図１．１　競争均衡

E：均衡，$p*$：均衡価格，$Q*$：均衡数量

ある産業における競争均衡では，その産業において生産されている財の供給量と需要量が等しくなる．それは産業供給曲線 S と市場需要曲線 D の交点 E で表される．

１．短期競争均衡

短期では，一つの産業には一定数の企業が存在し，企業数は変わらない．

各企業は均衡価格 $p*$ が与えられた下で，利潤を最大にするように産出量を選ぶ．短期における競争均衡においては各企業の利潤は，プラス，ゼロ，もしくはマイナスのいづれかの値をとる．

２．長期競争均衡

長期においては新しい企業が市場に参入したり，既存の企業が市場から退出することができ，一つの産業の企業数は変わりうる．

長期の均衡においては，需要と供給が等しいという条件に加えて，企業の参入・退出がおこらず，産業の企業数が一定になることが必要となる．ところが，もし利潤がプラスならば，新しい企業が参入する．また，もし利潤がマイナスならば，既存の企業が退出する．よって，長期の均衡では，企業の利潤はゼロでなければならない．

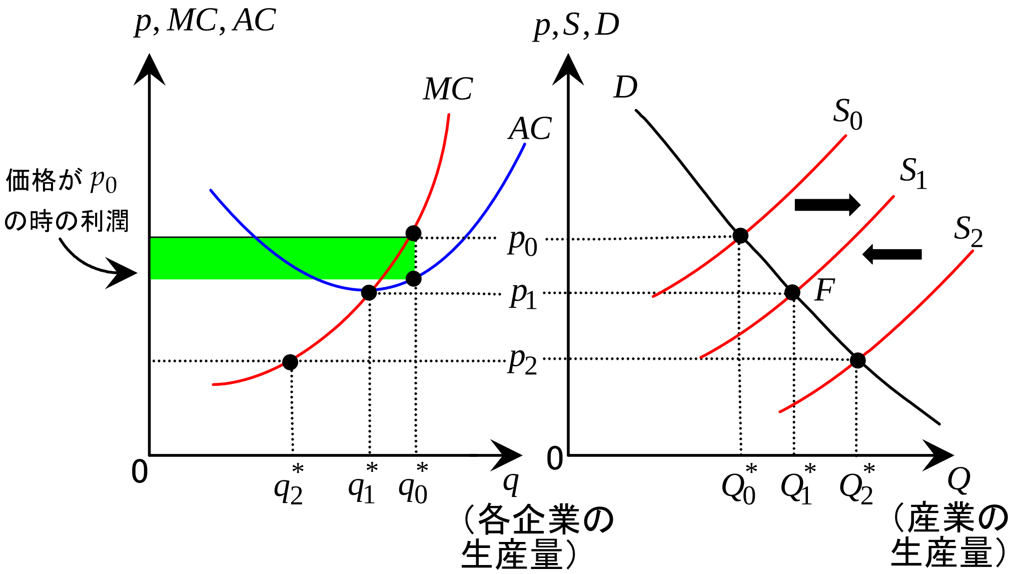


図２．１　短期競争均衡と長期競争均衡

需要曲線 D と供給曲線 S_1 の交点，F 点が長期の競争均衡となる：均衡価格は p_1，産業の均衡生産量は Q_1^*，各企業の生産量で q_1^* ある．最大利潤はゼロとなる．

$p_1 = AC(q_1^*) = C(q_1^*) / q_1^*$ なので，$\pi(q_1^*) = p_1 q_1^* - C(q_1^*) = 0$ である．

ケース１：供給曲線が S_0 のように S_1 の左側にある場合．

短期均衡価格は p_0，各企業の生産量は q_0^* で，最大利潤はプラスである．

$p_0 > AC(q_0^*) = C(q_0^*) / q_0^*$ なので，$\pi(q_0^*) = p_0 q_0^* - C(q_0^*) > 0$ である．

よって，新しい企業が参入し，産業の供給曲線は右へシフトする．この企業の参入は最大利潤がゼロになるまで続き，供給曲線は S_1 まで移動する．

ケース２：供給曲線が S_2 のように S_1 の右側にある場合．

短期均衡価格は p_2，各企業の生産量は q_2^* で，最大利潤はマイナスである．

$p_2 < AC(q_2^*) = C(q_2^*) / q_2^*$ なので，$\pi(q_2^*) = p_2 q_2^* - C(q_2^*) < 0$ である．

よって，既存の企業は退出し，産業の供給曲線は左へシフトする．この企業の退出は最大利潤がゼロになるまで続き，供給曲線は S_1 まで移動する．

３．競争市場の効率性：消費者余剰と生産者余剰

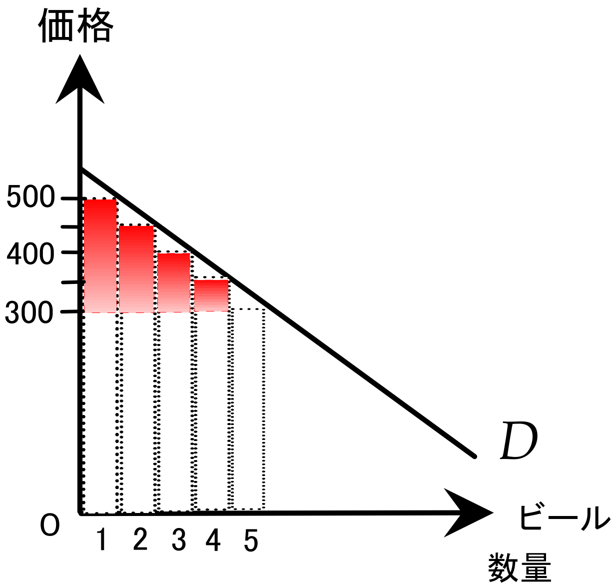
なぜ，競争均衡が重要なのか？いかなる点が優れているのか？

競争均衡の特性を吟味するために「余剰」という概念を導入する．

３．１．消費者の利益を測るものさし

消費者余剰：消費者がある財をある量消費した時，すすんで支払ってもよいと考えている金額と実際に支払った金額との差.

需要曲線の高さはある特定の単位に対して，消費者がどれだけ支払ってもよいかと考えている金額を表している．



例）「ビールの価格が 500 円なら１本買う」ということは，言い換えると，「1 本目のビールには 500 円までなら支払ってもよい」ということである．上図では，1 本目のビールには 500 円まで，２本目には 450 円まで，３本目には 400 円まで，４本目には 350 円まで，5 本目には 300 円までなら支払ってもよいことを示している．いま，ビールの価格が 300 円であったとしよう．この時，上図の需要曲線では，5 本のビールが需要・購入され，もうけの合計は

(500 - 300) + (450 - 300) + (400-300) + (350-300) + (300-300) = 500 円

となる．これが消費者余剰である．上図では赤い部分で表されている．

消費の単位は 1 本ではなくもっと細かい単位で表される場合には，需要曲線は通常のなめらかな曲線になる．この時消費者余剰は次のように表される．

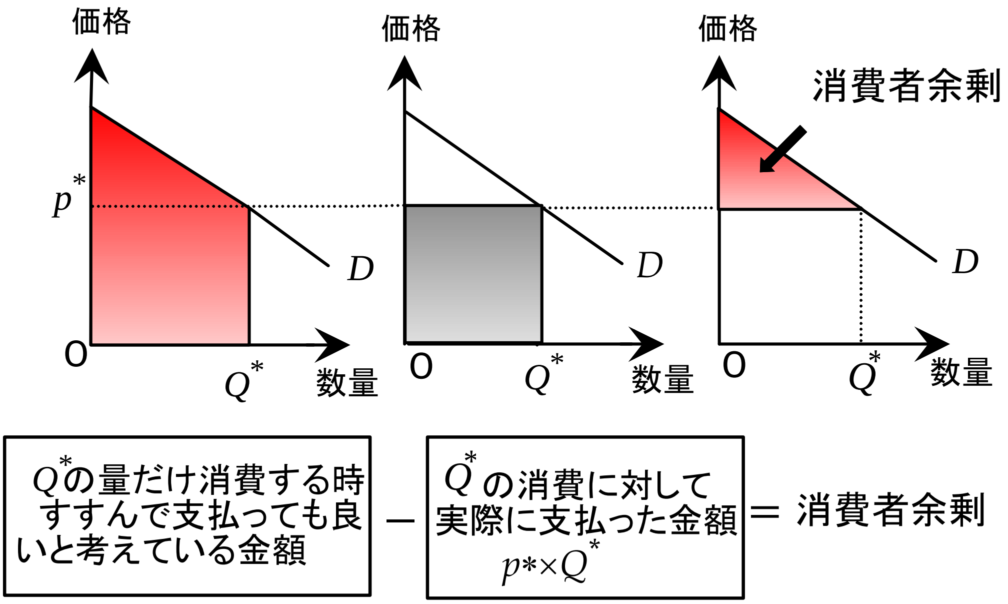


図 3.1：消費者余剰　$Q*$ は価格が $p*$ の時の需要量を表す．

一般に，価格が $p*$ の時における消費者余剰 $CS(p*)$ は以下のように書ける．

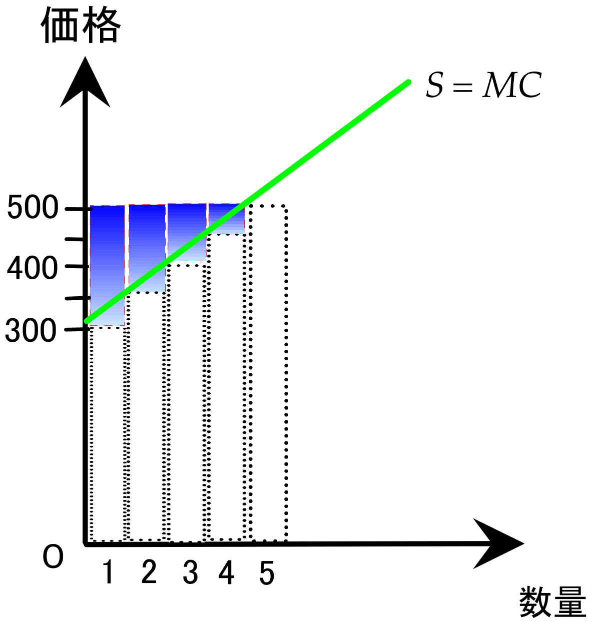
$$CS(p*) = \int_0^{x(p*)} p(t)dt - p* \cdot x(p*) = \int_{p*}^{+\infty} x(t)dt$$

ただし，ここで $p(t)$ は逆需要関数，$x(t)$ は通常の需要関数を表す．

３．２．生産者の利益を測るものさし

生産者余剰：生産者がある財をある量生産した時，最低限得たいと考えている金額と実際に得た金額との差.

供給曲線＝限界費用曲線の高さは，ある特定の単位に対して，生産者が最低限得たいと考えている金額を表している.



例）1 本目のビールを作るのに 300 円，２本目には 350 円，３本目には 400 円，４本目には 450 円，5 本目には 500 円それぞれ費用がかかったとする．いま，500 円で 5 本のビールを売ることができたとしよう．すると，もうけの合計は

(500 - 300) + (500 - 350) + (500 - 400) + (500 - 450) + (500 - 500) = 500 円

となる．これが生産者余剰である．上図では青い部分で表されている．

生産の単位が 1 本ではなくもっと細かい単位で表されるケースでは，供給曲線（＝限界費用曲線）は通常のなめらかな曲線になる．この場合には生産者余剰は次のように表される．

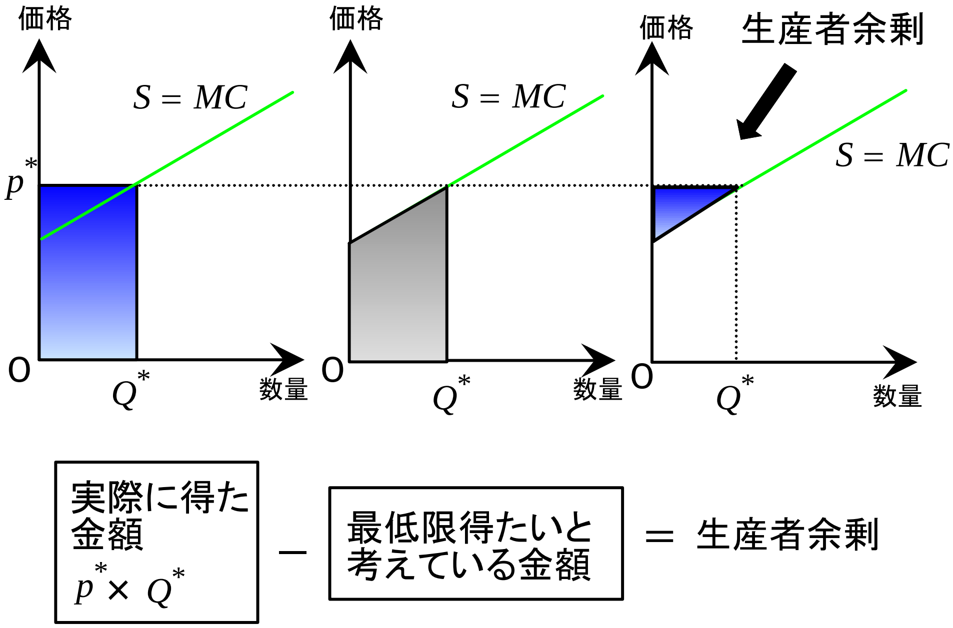


図３． ２　生産者余剰

価格が $p*$，生産量が $Q*$ の時における生産者余剰 $PS(p*,Q*)$ は以下のように書ける：

$$PS(p*,Q*) = p*\cdot Q* - \int_0^{Q*} MC(t)dt = p*\cdot Q* - VC(Q*) = p*\cdot Q* - C(Q*) + f = \pi(Q*) + f$$

すなわち，生産者余剰は利潤と固定費用の和に等しい．

３．３．社会全体の利益を測るものさし

社会的余剰：消費者余剰と生産者余剰の和

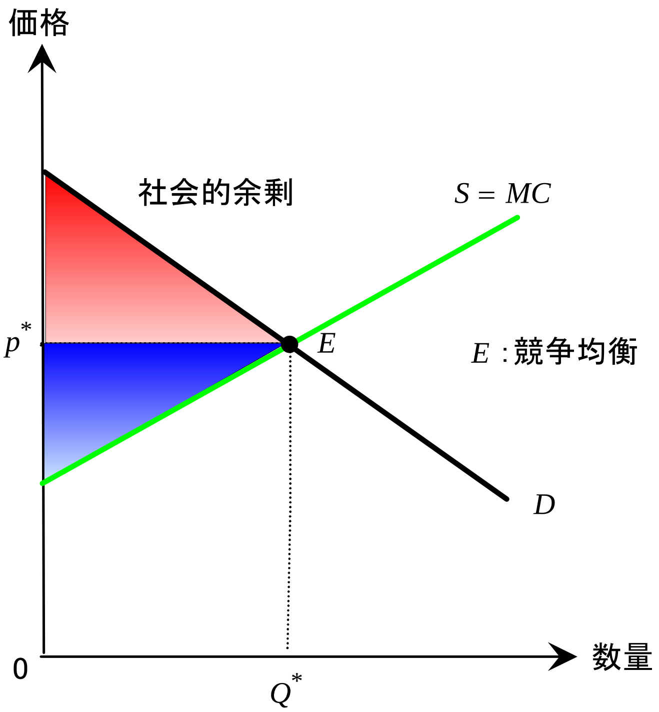


図３．３　社会的余剰と競争均衡

注：上図では，需要曲線と供給曲線が直線の場合について余剰を描いてあるが，余剰の概念は需要曲線と供給曲線が直線でないケースでも同様に当てはまる．

３．４　競争均衡の最適性

　需要曲線と供給曲線の交点である競争均衡からすこしでも外れると社会的余剰は減少する．つまり，競争均衡において社会的余剰は最も大きくなる．

例３．１）米の減反政策

　政府は田の作地面積を制約する政策を採っている．農家は米を作らないことによって政府から補助金を得ることができる．このような政策は米の供給量を減少させる．

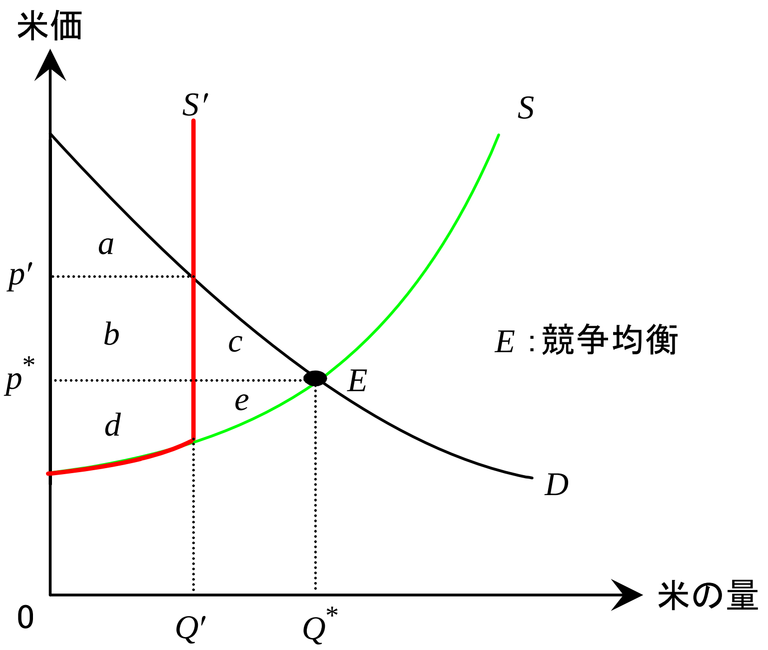


図３．４　米の減反政策

S：減反政策のない場合の供給曲線

S'：米の生産量を Q'以下に制約する減反政策の下での供給曲線

競争均衡：S と D の交点，取引価格 p^*，取引数量 Q^*

減反政策の下での均衡：S'と D の交点，取引価格 $p' > p^*$，取引数量 $Q' < Q^*$

余剰の大きさの比較

	①減反政策なし	②減反政策あり	②−①
消費者余剰	a + b + c	a	- (b + c)
生産者余剰	d + e	b + d	b - e
社会的余剰	a + b + c + d + e	a + b + d	- (c + e)

減反政策の影響：

１）消費者余剰は減少　２）生産者余剰は増加　３）社会的余剰は減少

減反政策の導入による社会的余剰の減少分(c + e)を**減反政策によるデッドウェイト・ロス**(deadweight loss)という．

例３．２）租税と補助金政策の影響

需要者と供給者が異なる価格に直面しているケース

需要価格，p_d ：財の需要者が支払う価格

供給価格，p_s ：財の供給者が受け取る価格

例）数量税，t : $p_d = p_s + t$ （ガソリン税等）　　消費税，t : $p_d = (1+t)p_s$

　　数量補助金，s : $p_d = p_s - s$ （米価等）

数量税の影響

均衡条件： $D(p_d) = S(p_s)$ （需要＝供給）， $p_d = p_s + t$ ．よって

$D(p_s + t) = S(p_s)$ 　もしくは　 $D(p_d) = S(p_d - t)$

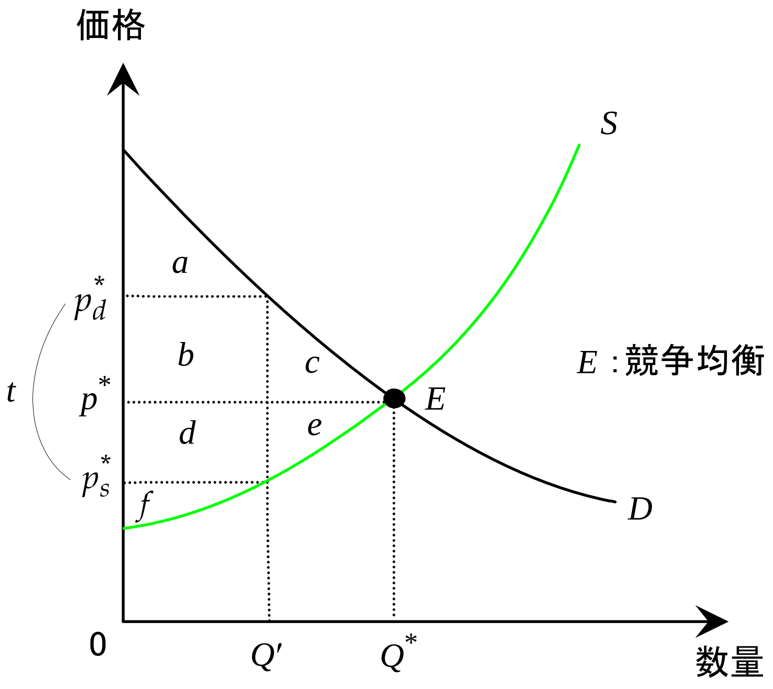


図３．５　数量税

競争均衡：均衡数量 Q^*，均衡価格 p^*

数量税の下での均衡： 取引数量 $Q' < Q^*$，均衡需要価格 $p_d^* > p^*$，均衡供給価格 $p_s^* < p^*$

余剰の大きさの比較

	①数量税導入前	②数量税導入後	②－①
消費者余剰	a + b + c	a	- (b + c)
生産者余剰	d + e + f	f	- (d + e)
政府の税収	0	b + d	b + d
余剰の合計（社会的余剰＋税収）	a + b+ c + d + e + f	a + b + d + f	- (c + e)

数量税の影響：

１）消費者余剰は減少　２）生産者余剰は減少　３）政府の税収は増大

４）社会的余剰と税収の合計は減少

数量税の導入による社会的余剰の減少分(c + e)を**数量税によるデットウェイト・ロス**という.

競争均衡１章～３章に関する演習問題

１）以下の語句の定義を書き、図を用いて表せ。

競争均衡、消費者余剰、生産者余剰、社会的余剰

２）短期競争均衡と長期競争均衡の重要な違いは何か？

３）競争均衡から少しでも外れると社会的余剰は減少することを確認せよ。

４）競争均衡と消費税を導入した場合の均衡について余剰を比較し，消費税や補助金導入の是非を議論せよ.

IV　独占

独占：一つの産業に一つの企業しか存在しないケース.

　独占企業は市場価格へ影響を及ぼすことができる．完全競争の場合とは異なり，企業は市場価格が与えられたものとして行動しない.

１．独占企業の利潤最大化

q：生産量＝需要量（在庫なし）

$p(q)$：逆需要関数（数量が q の時企業が付けることのできる最大価格）

$R(q) = p(q) \cdot q$ ：収入関数

$C(q)$ ：費用関数

$\pi(q) = R(q) - C(q)$ ：利潤関数

　独占企業は利潤 $\pi(q)$ を最大にするような生産量を選択する．利潤最大化の条件は何か？この条件を考えるために以下の二つの概念が重要となる.

限界収入 (Marginal Revenue)，MR．生産量を 1 単位増加させることによって得られる収入の変化量　$MR = \dfrac{dR}{dq}$

限界費用 (Marginal Cost), MC. 生産量を 1 単位増加させることによる費用の変化量.

$$MC = \frac{dC}{dq}$$

　利潤を最大にする最適な生産量においては$MR＝MC$が成立しなければならない.

　なぜか？

生産量を 1 単位増加させることによる

（１）$MR＞MC$　⇔　収入の増分 ＞ 費用の増分

⇒　生産量を増加させれば，利潤は増える

生産量を１単位増加させることによる

（２）$MR<MC$　⇔　収入の増分 < 費用の増分

⇒　生産量を減少させれば，利潤は増える

生産量を１単位増加させることによる

（３）$MR=MC$　⇔　収入の増分 = 費用の増分

⇒　生産量を増加しても減少しても，利潤は変わらない.

よって，利潤を最大する生産量では$MR=MC$が成立していなければならない.

例）一次の逆需要関数：$p(q)=a-bq \qquad a>0, b>0$

収入関数：$R(q)=p(q)\cdot q=(a-bq)q=aq-bq^2$

限界収入：$MR(q)=\dfrac{dR(q)}{dq}=\dfrac{d}{dq}(aq-bq^2)=a-2bq$

限界費用：$MC(q)=g+hq \qquad g>0, h>0$

利潤を最大にする生産量$q*$の値：

$MR(q*)=MC(q*)$，すなわち，$a-2bq*=g+hq*$を解き，$q*=\dfrac{a-g}{2b+h}$を得る.

独占企業のつける価格$p*$の値：$p*=p(q*)=a-bq*=a-b\dfrac{a-g}{2b+h}=\dfrac{a(b+h)+bg}{2b+h}$

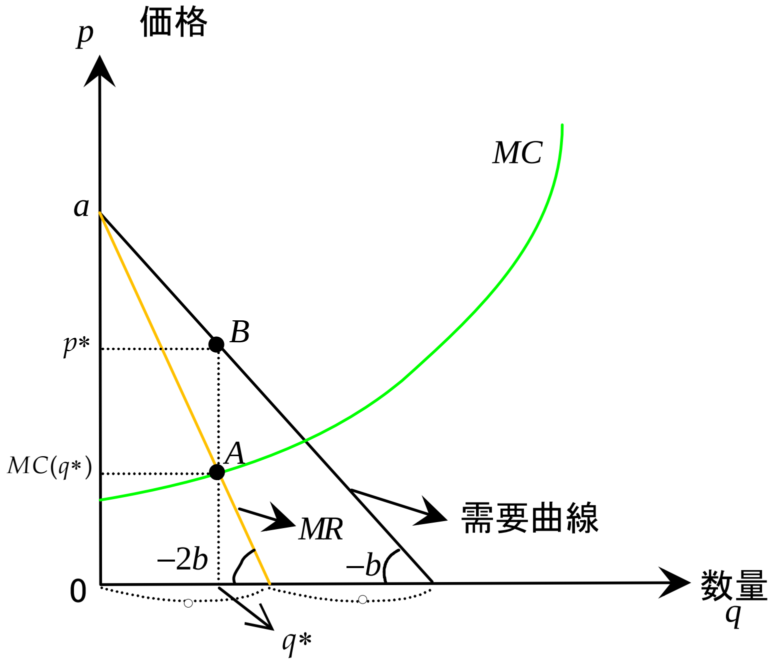


図 1.1：独占企業の利潤最大化

$q*$ ：利潤を最大にする最適生産量．ＭＲ曲線とＭＣ曲線が交わる．

$p* = p(q*)$ ：独占企業のつける価格．財が $q*$ だけ需要される価格．

２．完全競争と独占の比較

完全競争：各企業は

価格＝限界費用

が成立するところで生産を行う．

独占：企業は

価格＞限界費用

が成立するところで生産を行う．

独占企業は完全競争より高い価格で少ない量の生産を行う．よって，産業が独占化されると，消費者の暮らし向きは悪くなる一方，企業は有利になる．では，社会全体としては独占と競争のどちらが望ましいか？

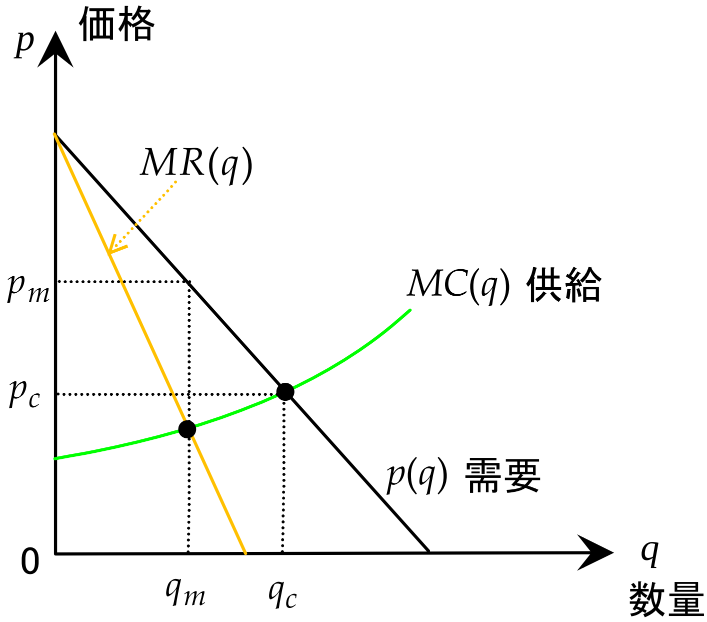


図２．１　完全競争と独占：価格と生産量

p_c ：完全競争の下での価格，q_c ：完全競争の下での生産量，$p = MC$ が成立.

p_m ：独占の下での価格，q_m ：独占の下での生産量，$MR = MC$ が成立.

１）消費者余剰の比較

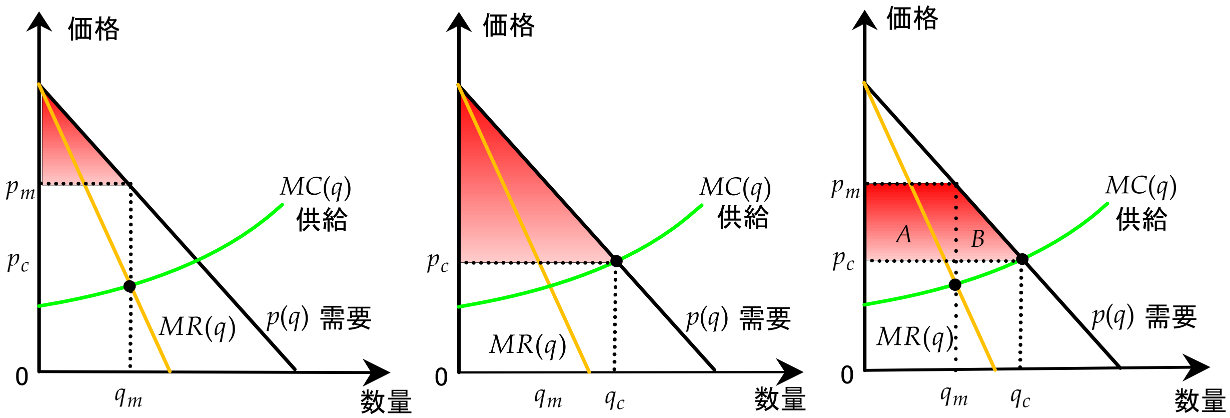


図２．２　完全競争と独占：消費者余剰

独占から完全競争に変わることによって，消費者余剰は A+B だけ増大する.

A：以前に購入していた量 q_m をより低い価格 p_c で買うことできることによる余剰の増分

Ｂ：より多くの量（$q_c - q_m$）をより低い価格 p_c で買うことできることによる余剰の増分

２）生産者余剰の比較

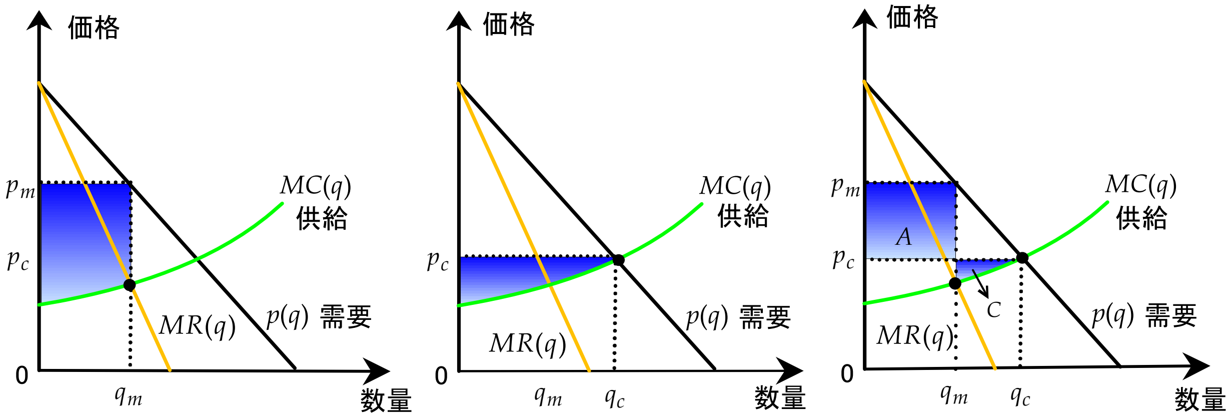


図２．３　完全競争と独占：生産者余剰

独占から完全競争に変わることによって，生産者余剰はＡ－Ｃだけ減少する．

Ａ：以前に販売していた量 q_m をより低い価格 p_c で売らなければならないことによる余剰の減少

Ｃ：より多くの量（$q_c - q_m$）を価格 p_c で販売できることによる余剰の増分

３）社会的余剰の比較

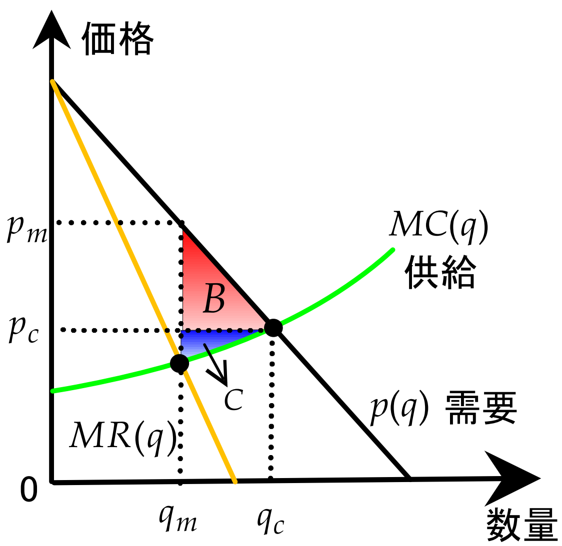


図 2.4：完全競争と独占：社会的余剰

独占から完全競争に変わることによって，社会的余剰はＢ＋Ｃだけ増加する．この増分を「独占によるデットウェイト・ロス」といい，完全競争に比べて，独占の下で社会全体としてどれだけ暮らし向きが悪くなるかを表す．

３．自然独占

社会的余剰が大きくなるという観点から，完全競争は独占より効率的である．しかし，現実には，上下水道，電気などの財に関する市場は独占である．なぜか？この節と次節ではこの疑問を考察する．

完全競争では価格＝限界費用が成立しているが，独占では価格は限界費用より大きい．よって，限界費用と等しくなるような価格を設定するように，政府が独占企業を規制すればよいのではないか？しかし，そのような価格設定の下では，独占企業は負の利潤しか得られず，事業から撤退しまう可能性があるという問題点がある．

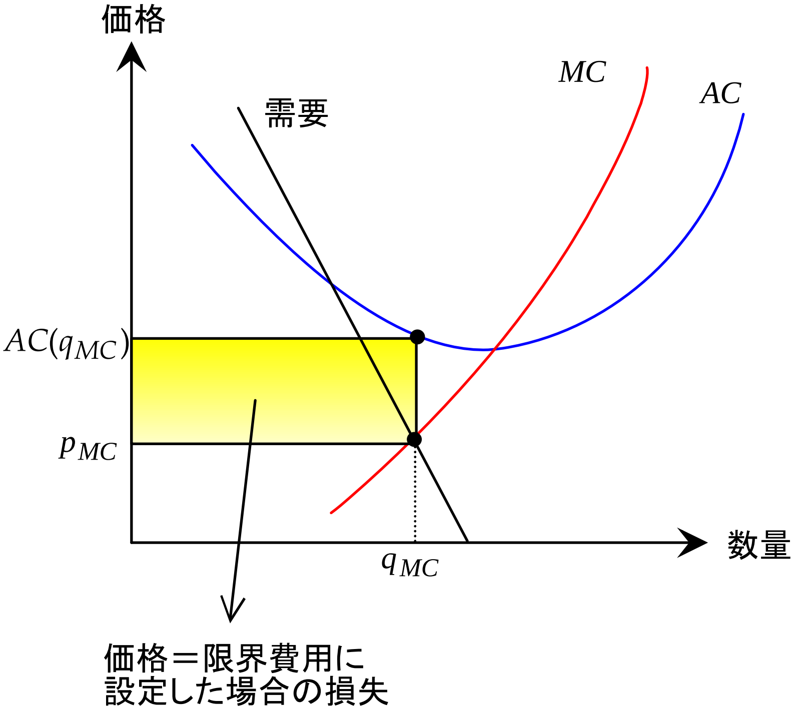


図３．１：自然独占

(p_{MC}, q_{MC})：価格＝限界費用に設定した時の価格と生産量

平均費用の最小点は逆需要曲線の右側にあり，逆需要曲線と限界費用曲線の交点は

平均費用曲線より下にある．価格＝限界費用が成立するような生産量水準q_{MC}では，費用が収入を上回り，損失を被る．よって，政府が生産量水準をq_{MC}に設定するように規制した場合，独占企業は生産を中止，事業から撤退するであろう．このような状況は，**自然独占**と呼ばれ，主に公共事業に多く見られる．

例）上水道：貯水池を造る，水を送るパイプを設備する等の固定費用が非常に大きい．他方，貯水池やパイプがいったんできてしまえば，水を送り供給する限界費用は小さくてすむ．

同様のことは電力，電話等にも成立する．

固定費用が大きく，限界費用が小さい時，図３．１のような状況はおきる．

では，自然独占が生じるようなケースでは，どうすればよいのか？大部分の自然独占は，政府によって規制されるか，あるいは政府が補助金を与えている．国によって，その対応は異なる．

１）政府が企業の価格と生産量設定に関する規制を行う場合（米国等）

政府は企業と消費者の両方の利得を考慮にいれて，企業の価格・生産量設定を規制する必要がある．

ａ）企業は利潤が負であれば操業を止めてしまうので，利潤＝収入—費用がゼロ以上，つまり，価格が平均費用以上でなければならない．

ｂ）他方，提示した価格のもとで支払ってもよいと思っている全ての消費者に財が供給されなければならない．

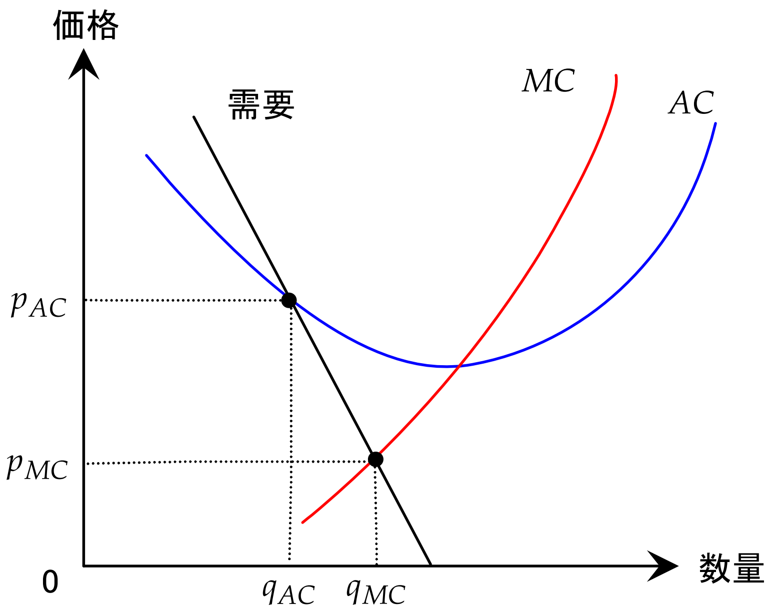


図 3.2：自然独占に対する次善の政策

上記の二つの条件ａ） ｂ）を満たすような価格と生産量の組合せは，逆需要曲線と平均費用曲線の交わる点（p_{AC}，q_{AC}）である．政府はこの点で独占企業が操業を行うように規制すべきである．このような規制の下では，価格と平均費用は等しいので，利潤はゼロである．

しかし，以前としてより効率的な完全競争で実現される生産量q_{MC}より少ない量q_{AC}しか生産できない．よって，上記の規制は，**自然独占に対する次善**（second best）**の政策**と呼ばれる．

アメリカでは，連邦政府や地方政府が規制委員会を結成し，電気，ガス．電話．ケーブルテレビ等の産業が，このようにして規制されている．

２）政府が企業に補助金を与える場合（日本等）

価格と限界費用が等しくなるところで企業に操業させ，補助金を与えて，損失分を穴埋めする．例）地方公共交通機関，バス，地下鉄等.

問題点：政府が企業のコストを正確に見積もることができない場合に上記の二つの方法はいづれもうまく機能しない．

４．独占の原因

どういう状況の下で，ある産業は競争的になるのか，あるいは，どういう状況の下で，ある産業は独占化されるのか？

答えは，平均費用曲線と需要曲線の関係に依存する.

最小効率規模（Minimum Efficient Scale）：平均費用を最小にする生産水準. 記号 MES で表す.

ケース１：需要の大きさに比べて最小効率規模が小さい場合.

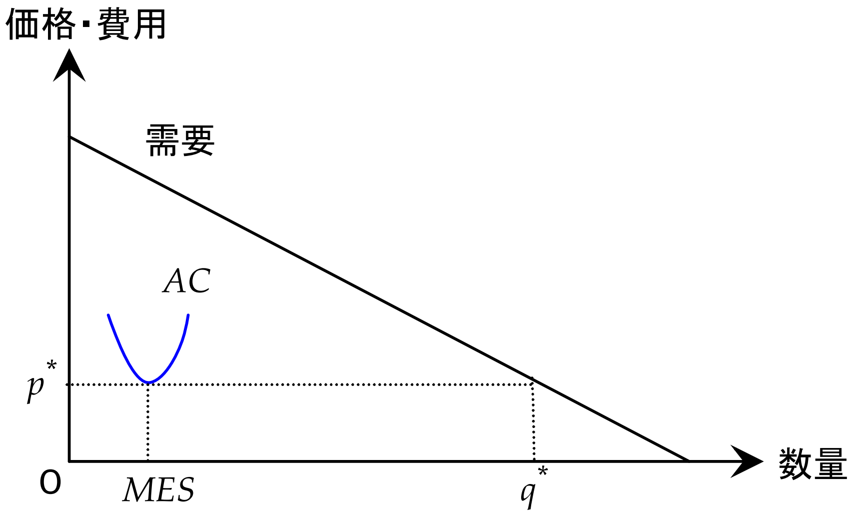


図４．１：最小効率規模が小さいケース

このような市場は，価格 $p*$ の下で小規模生産を行う企業が多数参加できるため，競争市場となるであろう.

ケース２：需要の大きさに比べて最小効率規模が大きい場合.

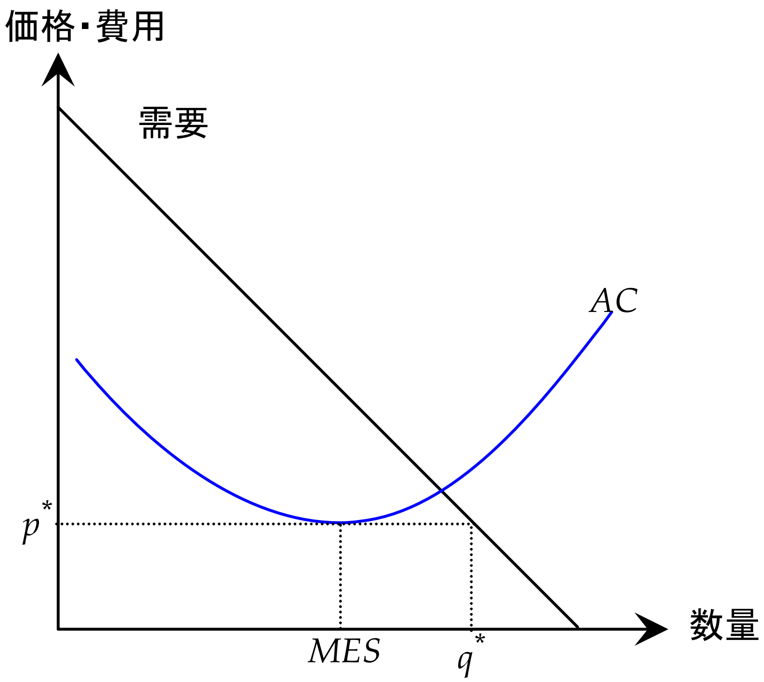


図４．２：最小効率規模が大きいケース

　このような市場は，唯一つの企業しか非負の利潤を得ることができないため，独占市場となるであろう．ケース２は，生産に大規模設備が必要とされかつ，市場の規模が小さい時に発生する．

　最小効率規模は技術によって決まるため，経済政策でコントロールすることは難しいが，他方，需要の大きさは政策コントロール可能である．

例）外国貿易に対する輸入規制を撤廃すれば，国内市場だけでなく，外国市場も需要の対象となり，需要の規模は拡大する（日本のオレンジ輸入に対する関税がなくなれば，アメリカのオレンジに対する需要は拡大する）．

　逆に，外国貿易を規制すれば，需要の規模は小さくなる．

　上で述べた市場が独占になる理由は，生産技術に依るものであったが，他の要因が理由で市場が独占化される場合がある．

例）カルテル：基礎的原材料を一社によって支配されている場合．

著作権，特許権．

独占１章～４章に関する演習問題

１）以下の語句の定義を書け。

完全競争、独占、寡占，自然独占，自然独占に対する次善の政策，最小効率規模

２）ある財がただ一つの独占企業によって生産されている。この財の生産量をｑ、その価格をｐで表す。逆需要関数が、ｐ(ｑ）＝１８－２ｑ、限界費用が、ＭＣ(ｑ）＝ｑ＋３で与えられたとする。以下の問題に答えなさい。

ａ）　限界収入関数ＭＲ（ｑ）を求めよ（生産量ｑの関数として限界収入を表せ）。

ｂ）　一つの図に、逆需要曲線、限界収入曲線、限界費用曲線を描け。

ｃ）　独占企業の利潤最大化をもたらす生産量q_mと価格p_mの値を求めよ。

ｄ）　完全競争の下での生産量q_cと価格p_cの値を求めよ。

ｅ）　問ｂ）で書いた図にq_m、p_m、q_c、p_cを記入し、それらの値を比較せよ。

ｆ）　独占の下での消費者余剰CS_m、生産者余剰PS_m、および社会的余剰SS_mをそれぞれ別々の三つの図に書いて表せ。また、それらの値を求めよ。

ｇ）　完全競争の下での消費者余剰CS_cと生産者余剰PS_c、および社会的余剰SS_cをそれぞれ別々の三つの図に書いて表せ。また、それらの値を求めよ。

ｈ）　消費者余剰、生産者余剰及び社会的余剰が、独占の場合と完全競争の場合とではどう異なるか、比較検討せよ。

ｉ）　独占によるデッドウェイト・ロスＬを図に書いて表し、その値を求めよ。

３）逆需要関数が$p(q) = 200 - 3q$，費用関数が$C(q) = q^2 + 2500$であるとする.

ａ）平均費用関数$AC(q)$を求めよ.

ｂ）最小効率規模MESの値を求めよ（ヒント：平均費用曲線はＵ字型となり，平均費

用曲線の接線の傾きの大きさは$1-2500/q^2$で与えられる）.

ｃ）この市場は自然独占か否か？その理由は？

ｄ）自然独占に対する次善の政策（p_{AC}，q_{AC}）の値を求めよ.

４）逆需要関数が$p(q)=200-0.5q$，費用関数が$C(q)=q^2+4$であるとする.

ａ）平均費用関数$AC(q)$を求めよ.

ｂ）最小効率規模MESの値を求めよ（ヒント：平均費用曲線はＵ字型となり，平均費用曲線の接線の傾きの大きさは$1-4/q^2$で与えられる）.

ｃ）この市場は競争的になるであろうか，あるいは独占化されるであろうか？その理由は？

５）逆需要関数が$p(q)=200-2.5q$，費用関数が$C(q)=q^2+1600$であるとする.

ａ）平均費用関数$AC(q)$を求めよ.

ｂ）最小効率規模MESの値を求めよ（ヒント：平均費用曲線はＵ字型となり，平均費用曲線の接線の傾きの大きさは$1-1600/q^2$で与えられる）.

ｃ）この市場は競争的になるであろうか，あるいは独占化されるであろうか？その理由は？

Ｖ．交換経済

１．部分均衡分析と一般均衡分析

これまでは，一つの財に対する市場を他の市場とは独立なものとして考えてきた，つまり，以下で定義される部分均衡分析を行ってきた．

部分均衡分析：ある財の価格が変化した時，その財の需要と供給がどのような影響を受けるかについて，一つの財市場のみを分析し，他の財の価格の市場均衡に与える影響は考慮しない．

例えば，ビールの価格が下がった時，ワインの価格は変化せずに常に一定であるとこれまでの分析は仮定してきた．しかし，ビールとワインが粗代替財ならば，ワインの価格も連動して下がるかもしれない．この章では，この点を考慮に入れるため，以下の分析方法をとる．

一般均衡分析：需要と供給の条件がさまざまな市場においてどのように相互に影響し合い，いろいろな財の価格がどのように決定されるかを分析する．

この分析を一般的に行うことは複雑で難しい．よって，ここでは，分析をできるだけ単純にするため，以下のようなケースに注目することにする．

１）**交換経済**を分析する，つまり，人々が最初にいくらかの量の財をもっているが，彼らの間で自由に財の交換を行うことが可能であるような状況を考え，どのように財の交換が行われるかを分析する．生産の問題は考察しないので，消費者のみ登場し，生産者はいない．

２）財は２種類，消費者の数も２とする．

３）消費者は価格を所与として行動する．

２．エッジワース・ボックス

消費者はＡさんとＢさんのと二人，財はＸとＹの２種類がある．

財の交換前：

消費者が最初に持っている財の量を**初期保有量**と呼び，以下の記号で表す．

w_{xA} ：Ａさんの財Ｘの初期保有量　　w_{yA} ：Ａさんの財Ｙの初期保有量

(w_{xA}, w_{yA}) ：Ａさんの初期保有量

同様に,

(w_{xB}, w_{yB}) ：Ｂさんの初期保有量

財の交換後：

消費者の間で財の交換が行われた後に，各消費者が消費した財の量を以下の記号で表す．

x_A ：Ａさんの財Ｘの消費量　　y_A ：Ａさんの財Ｙの消費量

(x_A, y_A) ：Ａさんの消費量

同様に,

(x_B, y_B) ：Ｂさんの消費量

配分：$((x_A, y_A), (x_B, y_B))$，各消費者が各財をどれだけ消費しているかを表す．

実現可能な配分：各財について消費される総量が全体で利用可能な総量と等しくなるような配分$((x_A, y_A), (x_B, y_B))$のこと．以下の式を満たす．

$$x_A + x_B = w_{xA} + w_{xB}, \quad y_A + y_B = w_{yA} + w_{yB}$$

例）財Ｘ：焼き鳥　財Ｙ：ビール

初期保有量：$(w_{xA}, w_{yA}) = (12,2)$，$(w_{xB}, w_{yB}) = (3,8)$

	焼き鳥	ビール
Ａさん	１２	２
Ｂさん	３	８
計	１５	１０

実現可能な配分は，以下のようなエッジワース・ボックスで表すことができる．

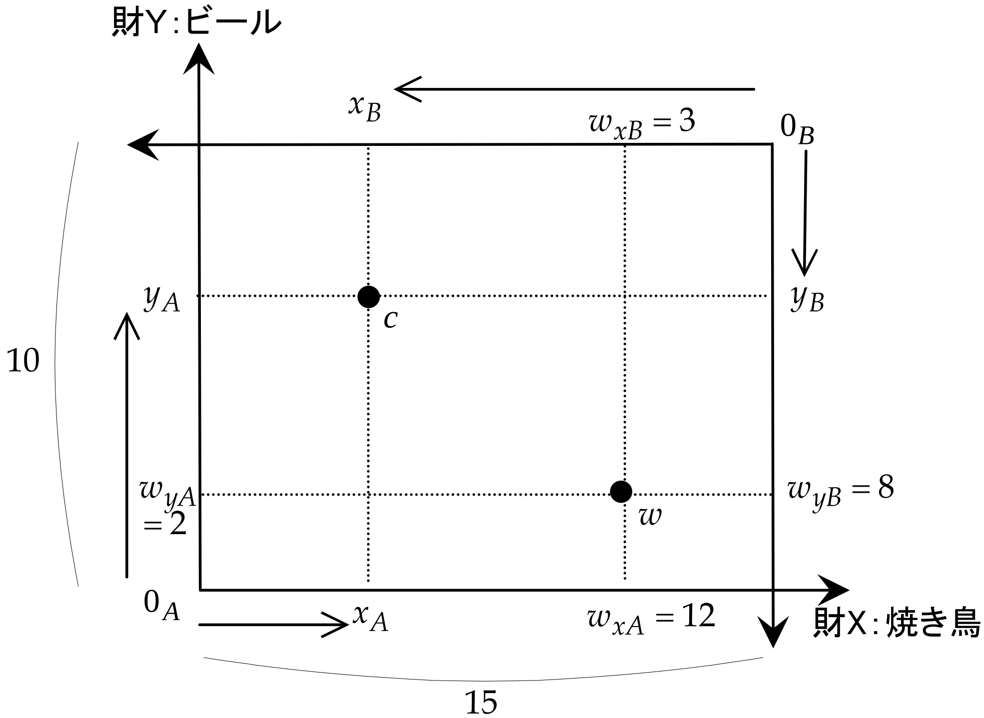


図２．１：エッジワース・ボックス

横軸：財Ｘ（焼き鳥）の量　　　縦軸：財Ｙ（ビール）の量

箱の横の長さ＝Ａさんの財Ｘの初期保有量＋Ｂさんの財Ｘの初期保有量

$$= w_{xA} + w_{xB} = 15$$

箱の縦の長さ＝Ａさんの財Ｙの初期保有量＋Ｂさんの財Ｙの初期保有量

$$= w_{yA} + w_{yB} = 10$$

この箱の中にある点Ｃは一つの実現可能な配分$((x_A, y_A), (x_B, y_B))$を表す．

Ａさんの財Ｘの消費量x_A：原点O_Aから右方向へ測られる．

Aさんの財Yの消費量y_A ：原点O_Aから上方向へ測られる．

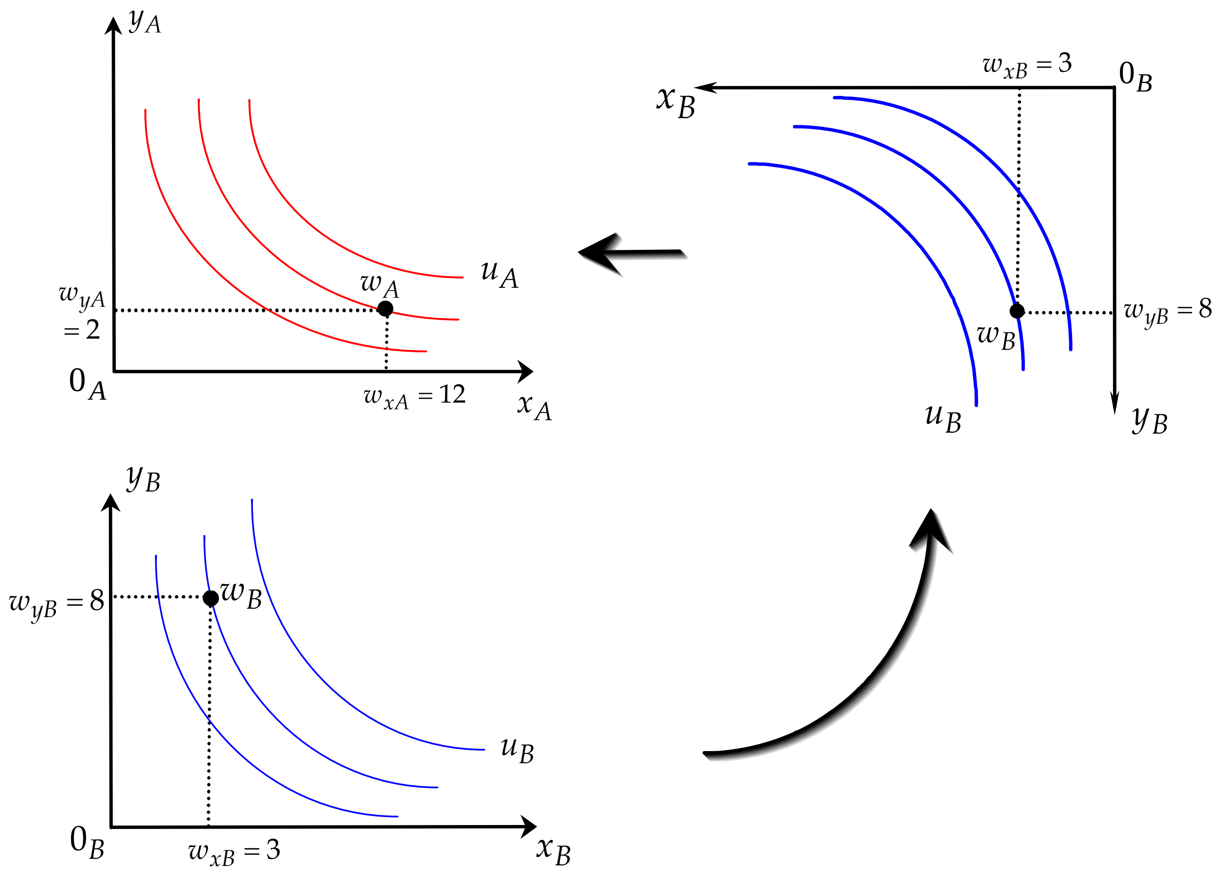
Bさんの財Xの消費量x_B ：原点O_Bから左方向へ測られる．

Bさんの財Yの消費量y_B ：原点O_Bから下方向へ測られる．

初期保有点$w = ((w_{xA}, w_{yA}), (w_{xB}, w_{yB}))$も実現可能な配分の一つであり，エッジワース・ボックスの中に属する．

エッジワース・ボックスは，すべての実現可能な配分の集合を表している．

また，エッジワース・ボックスの中にAさんとBさんの無差別曲線も以下のようにして描くことができる．



まず，消費の理論で分析したように，横軸にx，縦軸にyをとり，Aさんの凸な無差別曲線u_Aを描く．原点をO_Aとしよう．さらに，Aさんの初期保有点$w_A = (w_{xA}, w_{yA})$も描こう（上の例では$w_A = (12,2)$）．

また，横軸にx，縦軸にyをとった平面をもう一つ別に書き，Bさんの凸な無差別曲

線u_Bを描く．原点をO_Bとしよう．さらに，Ｂさんの初期保有点$w_B=(w_{xB},w_{yB})$も描こう（上の例では$w_B=(3,8)$）．

次に，Ｂさんの無差別曲線の図を，時計と反対の方向へ１８０度回転させ，原点O_Bを右上へ移動させる．さらに，Ａさんの初期保有点w_AとＢさんの初期保有点w_Bが一致するように，Ａさんの図と回転させたＢさんの図を重ねよう．すると，エッジワース・ボックスが得られ，ＡさんとＢさんの無差別曲線u_Aとu_Bがその箱の中に描かれているはずである．w_Aとw_Bを一致させた点は，エッジワース・ボックスの中では初期保有配分wに対応している．

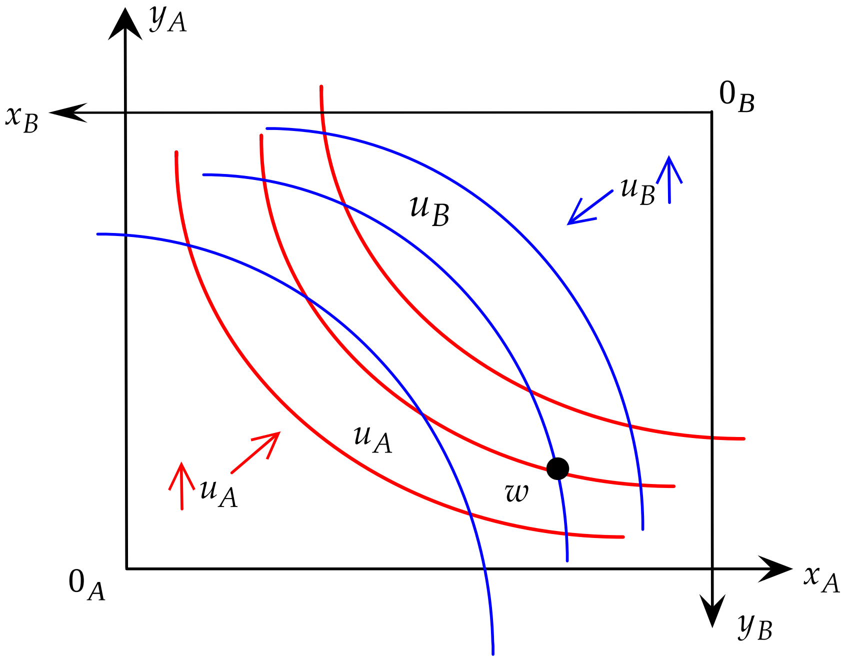


図２．２：エッジワース・ボックスと無差別曲線

エッジワース・ボックスの中で，Ａさんの無差別曲線u_Aは，O_Aを原点とし，原点O_Aに対して凸であり，右上にあるものほど高い効用水準を表す．また，Ｂさんの無差別曲線u_Bは，O_Bを原点とし，原点O_Bに対して凸であり，左下にあるものほど高い効用水準を表す．このようにエッジワース・ボックスは，実現可能な配分や消費者の選好を図で表すことができ，２人２財の交換経済を分析するのに非常に便利で有用である．

３．個人合理的な配分

二人の間で自由な取引ができるとき，どのような取引が行われるのか？

エッジワース・ボックスの中で，初期保有配分 w を通るＡの無差別曲線 u_A とＢの無差別曲線 u_B を考えよう．

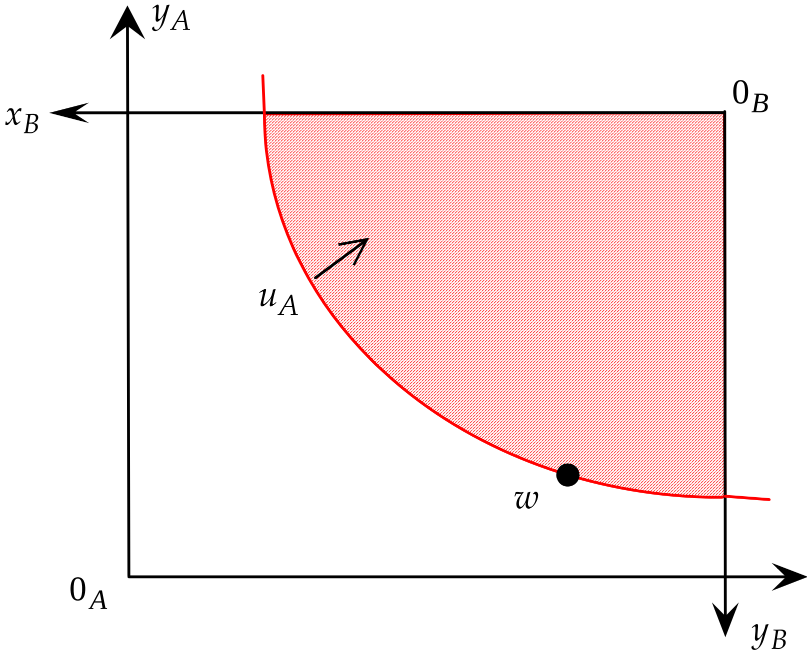


図３．１：初期保有配分 w よりＡの効用が高くなるような実現可能な配分の集合．
w を通過するＡの無差別曲線より上側の領域．

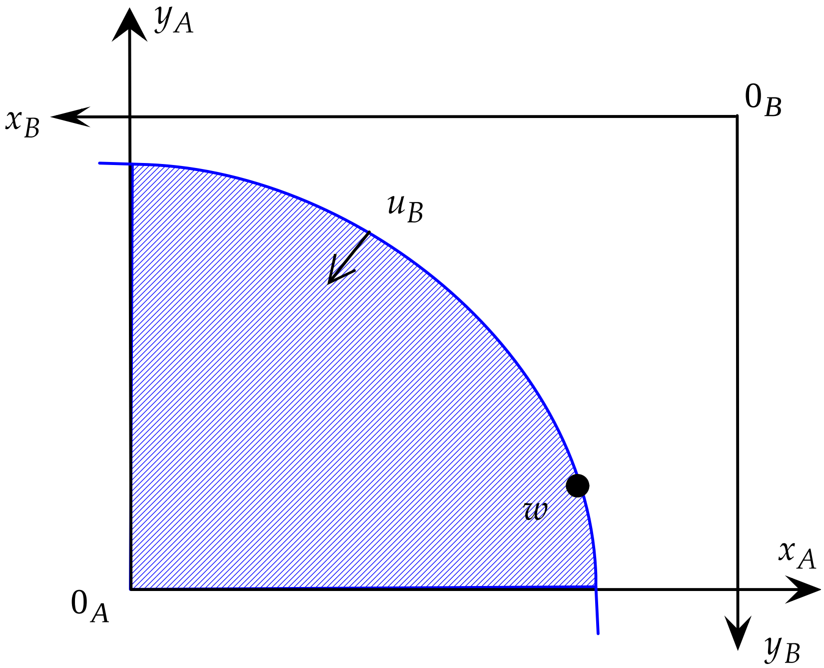


図３．２：初期保有配分wよりＢの効用が高くなるような実現可能な配分の集合．
wを通過するＢの無差別曲線より下側の領域．

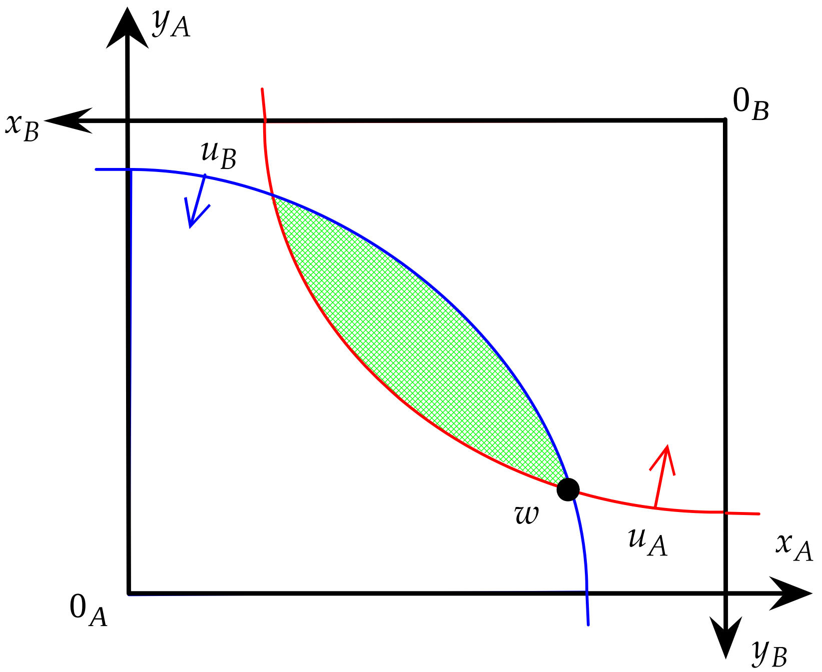


図３．３：初期保有配分wよりＡとＢ両者の効用が高くなるような実現可能な配分の集合．上の二つの集合の共通部分．wを通過するＡの無差別曲線とＢの無差別曲線に囲まれたレンズ型の領域．

ある実現可能な配分において，すべての消費者の効用が初期保有配分wで得られる効用よりは低くならない時，その配分を**個人合理的な配分**と呼ぶ．

図３．３では，初期保有配分wよりＡとＢ両者の効用が高くなるような実現可能な配分が存在するので，図３．３で表されるレンズ型の領域の中にある点に移るような取引を行うであろう．

いま，仮に，このレンズ型の領域の中にある点Mへ移る取引を消費者が行ったとしよう（下図参照）．

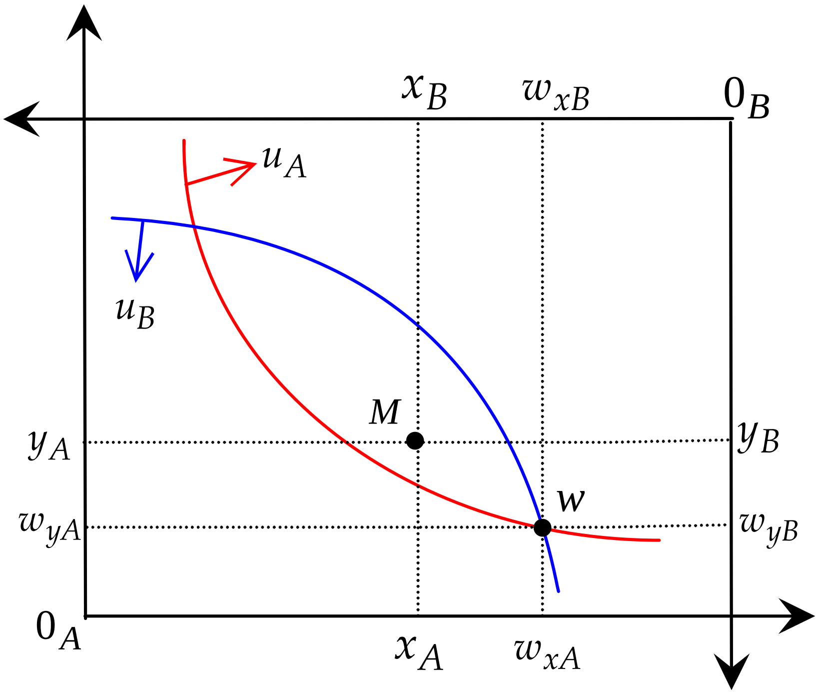


図３．４：ＡとＢの効用を点wより高める取引

点wから点Mへ移る取引のパターン：ＡがＢへ財Ｘを$w_{xA}-x_A$与える代わりに，財Ｙをy_A-w_{yA}だけ得る．この取引によりＡとＢの両者の効用は初期保有配分より高まる．

４．パレート効率な配分

ところが，自由な取引が可能ならば，ＡとＢの間でさらなる取引が行われるであろう．

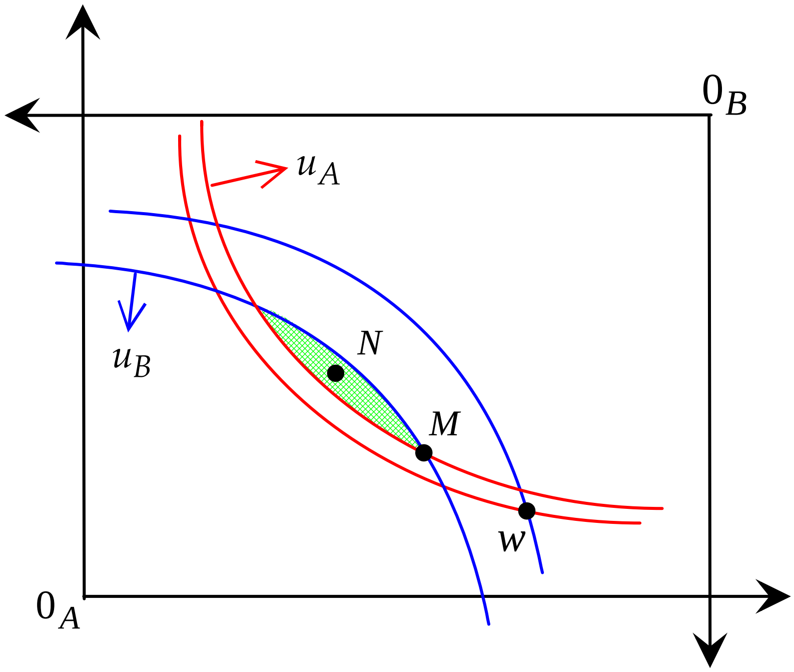


図４．１：ＡとＢの効用を点Mより高める取引

図４．１におけるレンズ型のこのレンズ型の領域は，ＡとＢ両方ともに点Mより有利になる配分の集合を表す．いま，点Mからこの領域の中にある点Ｎへ移るような取引を消費者は行うであろう．

以下，同様の議論を繰り返すことができ，結局，取引はＡとＢ両方にとってより好ましい交換ができなくなるまで続けられる．そのような状況は，以下の図における点Ｐで表されている．

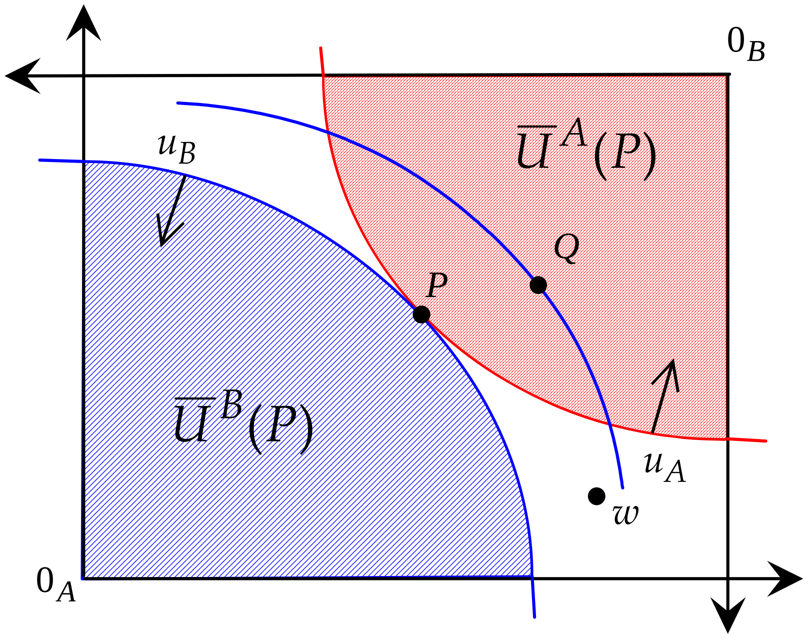


図４．２：パレート効率な配分

点Ｐにおいては，ＡさんとＢさんの無差別曲線が接しているので，Ａさんの無差別曲線より上方の領域とＢさんの無差別曲線より下方の領域とは交わらない．よって，「ＡさんにＰより高い効用をもたらす実現可能な配分の集合$\overline{U}^A(P)$」と「ＢさんにＰより高い効用をもたらす実現可能な配分の集合$\overline{U}^B(P)$」とは交わらない．もし，ＡさんにとってＰより好ましい配分Ｑが実現されたならば，ＢさんはＰより低い効用しか得られない．同様にＢさんにとってＰより好ましい配分が実現しようとすると，ＡさんはＰより低い効用しか得られない．

このように，ある実現可能な配分に関して，一人の人の効用を高めようとすると必ず他の人の効用下がり，両者が同時にそれ以上有利となる実現可能な配分は存在しない時，その配分は**パレート効率な配分**と呼ばれる．

図４．２に関する説明から以下のことがわかる．

結果４．１：もしある実現可能な配分において，二人の消費者ＡとＢの無差別曲線がお互いに接しているならば，その配分はパレート効率な配分である．

パレート効率性は，二人二財の交換経済だけではなく，生産も含むような他の経済

状態においても重要となる概念である．よって一般的な定義を与えておく．

パレート改善：ある経済状態から他の経済状態に変わったとき，全ての人の立場を不利にすることなく，少なくとも一人の人が有利になるならば，そのような変化をパレート改善と呼ぶ.

パレート効率性：パレート改善を行うことができない経済状態をパレート効率であると呼ぶ. パレート効率な状態においては, もしある人の立場を有利にしようとしたら, 必ず他の誰かの立場が不利になる.

二人二財の交換経済のお話に戻ろう．結果４．１は，二人の消費者ＡとＢの無差別曲線がお互いに接していることが，パレート効率な配分の十分条件になっていることを示している．さらに，無差別曲線が接していることがパレート効率な配分の必要条件にもなっている，つまり, パレート効率な配分では必ず無差別曲線が接していなければならないことを示すことができる.

結果４．２：もしある実現可能な配分がパレート効率ならば，その配分で二人の消費者ＡとＢの無差別曲線はお互いに接していなければならない.

なぜか？いま，結果４．２の主張とは異なり，パレート効率な配分にＰにおいて，二人の消費者の無差別曲線はお互いに接していない，つまり，無差別曲線は交わっているとしよう（下図参照）．ところが，前に図３．３，３．４，４．１で見たように，無差別曲線は交わっていると，ＡさんとＢさんの両者の効用を配分Ｐより高めることができる実現可能な配分の領域（レンズ型の部分）がある．よって，配分Ｐはパレート効率な配分ではないことになってしまい，矛盾が導かれる.

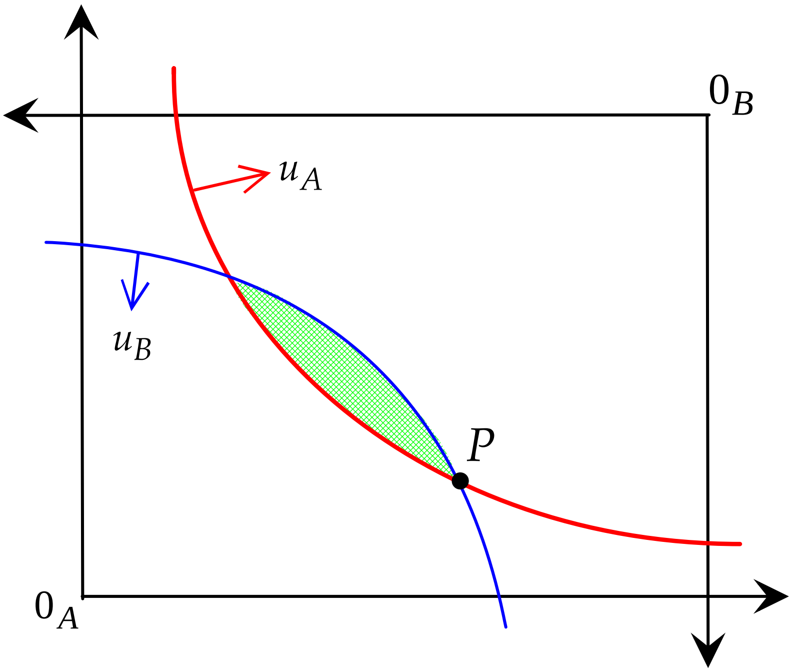


図４．３：パレート効率な配分においては，二人の消費者の無差別曲線は交わらない．

次に，結果４．１と４．２を限界代替率と限界効用の概念を使って言い換えよう．

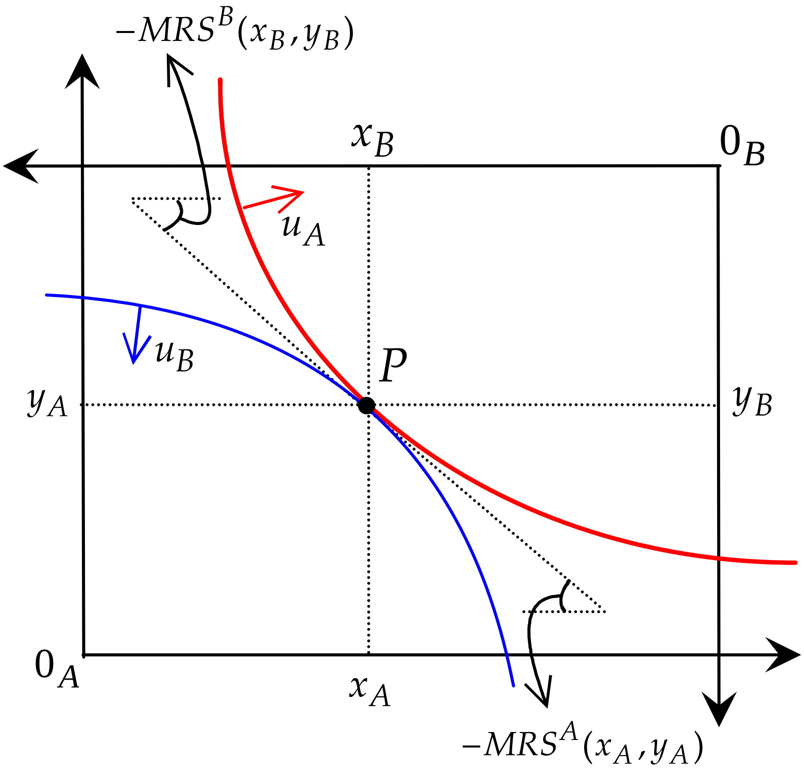


図 4.4：パレート効率性と限界代替率

上図が示しているように，「二人の消費者 A と B の無差別曲線がお互いに接してい

る」ことは，「二人の無差別曲線の接線の傾きは等しい」こと，つまり，「（消費者 A の限界代替率 MRS^A）と（消費者 B の限界代替率 MRS^B）は等しい」ことと同じである．

さらに，（限界代替率）＝（財 X の限界効用）／（財 Y の限界効用）という関係（消費の理論，結果５．１参照）を使うと，「A と B の無差別曲線が接していること」は，「（消費者 A の限界効用の比率）と（消費者 B の限界効用の比率）が等しいこと」と同じである．

以上のことから，結果４．１と４．２は以下のように言い換えることができる．いま，消費者 A に関して財 X の限界効用を MU_X^A，財 Y の限界効用を MU_Y^A，消費者 B に関して財 X の限界効用を MU_X^B，財 Y の限界効用を MU_Y^B と表そう．

結果４．１′：もしある実現可能な配分 $((x_A, y_A), (x_B, y_B))$ において，

（１）$MRS^A(x_A, y_A) = MRS^B(x_B, y_B)$　すなわち　$\dfrac{MU_X^A(x_A, y_A)}{MU_Y^A(x_A, y_A)} = \dfrac{MU_X^B(x_B, y_B)}{MU_Y^B(x_B, y_B)}$

が成立しているならば，配分 $((x_A, y_A), (x_B, y_B))$ はパレート効率である．

結果４．２′：もしある実現可能な配分 $((x_A, y_A), (x_B, y_B))$ がパレート効率ならば，上式（１）が成立していなければならない．

注：パレート効率性と限界代替率の関係を示す上記の結果は，実現可能な配分がエッジワース・ボックスの内部に位置することを前提としている．しかし，実現可能な配分がエッジワース・ボックスの境界線上（箱の枠）に位置する可能性もある．このような場合にでも，これらの結果が成立するか否かについては演習問題を参照せよ．

契約曲線：エッジワース・ボックスの中のすべてのパレート効率な配分の集合，つまり，二人の無差別曲線がお互いに接する点の集合．

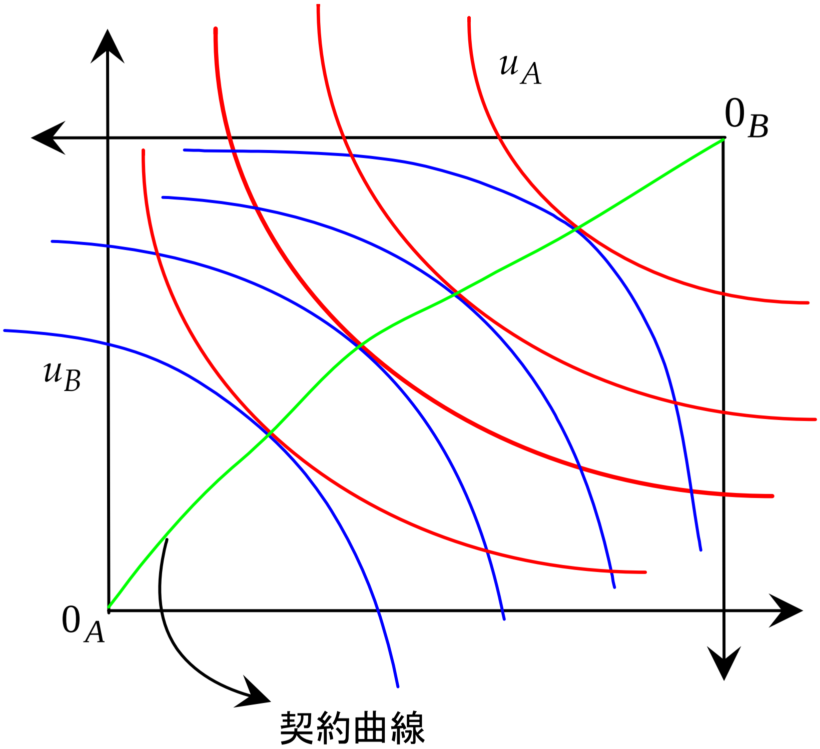


図４．５：契約曲線

契約曲線は原点O_Aからはじまる．原点O_AではＡは何も持たず，Ｂは全ての財を持っており，この配分はパレート効率である．契約曲線を上がっていくと，Ａがより多くの財を得て，Ａにとって有利となる．

コア：パレート効率でかつ個人合理的な配分の集合.

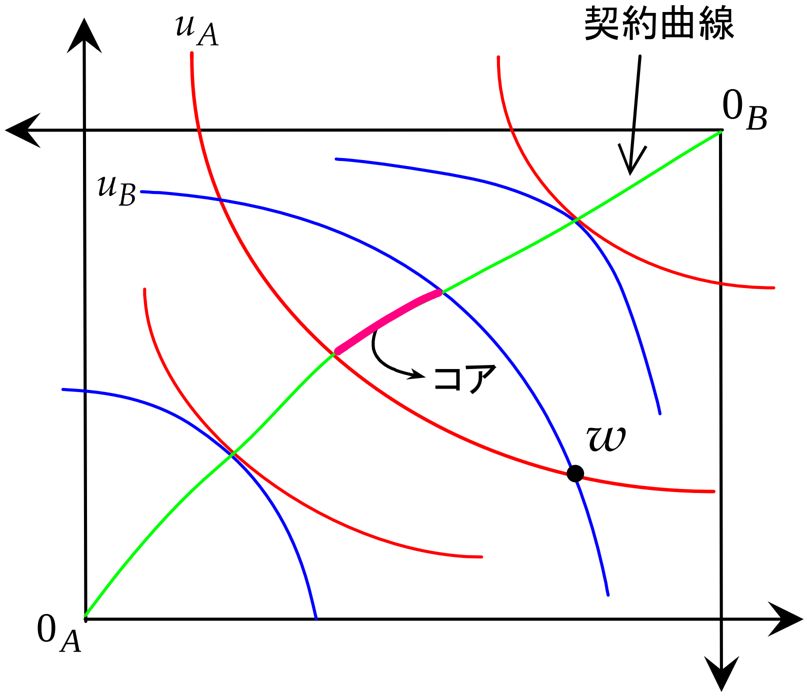


図４．６：コア

コアは初期保有配分wから始まる自発的な財の交換により到達するであろう配分の集合を表す.

５．市場取引

パレート効率な配分の集合やコアは，自由な取引の結果到達するであろう配分の集まりを表しており重要である．しかし，消費者が最終的にどういう取引を行うかについては以前曖昧で疑問が残る．この章では，以下の**市場取引**と呼ばれるある取引プロセスを考え，このプロセスの下で消費者が最終的に到達する取引形態を分析する．

いま，消費者ＡとＢの他に，第３者として以下の役割をする競売人（auctioneer）が存在し，財Ｘと財Ｙに関する市場が開かれているものとする．

１）競売人が財Ｘの価格p_xと財Ｙの価格p_yを選び，ＡさんとＢさんに提示する．

２）各消費者は価格（p_x，p_y）の下で，

ａ）自分の初期保有がどれだけの価値をもっているか，つまり自分の所得がいくら

を計算する．

b） a)の予算制約を考慮しながら，各財をどれだけの量を買ったり売ったりするのかを検討する．

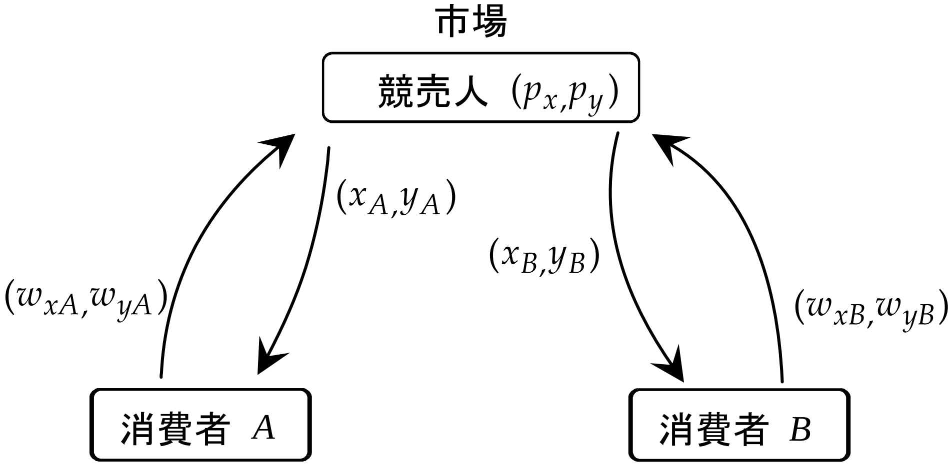


図５．１：市場取引のプロセス

まず消費者Ａについて考えよう．以下の二つのタイプの需要を区別する必要がある．

Ａの総需要：(x_A, y_A)，市場取引の結果，Ａさんが各財をどれだけの量を消費したかを表すもの．

Ａの純需要：$(x_A - w_{xA}, y_A - w_{yA})$，総需要から初期保有量を引いたもの．もし，$x_A - w_{xA} > 0$ ならば，Ａは財Ｘの**純需要者**であり，逆に，$x_A - w_{xA} < 0$ ならば，Ａは財Ｘの**純供給者**である．

Ａさんの予算線を表す式は，$p_x \cdot x_A + p_y \cdot y_A = p_x \cdot w_{xA} + p_y \cdot w_{yA}$ である．つまり，「財の組合せ (x_A, y_A) を購入するために必要な費用」が「初期保有量の市場での評価価値（所得）」と等しい．

Ａさんは予算制約の下で自分の効用を最大にする組合せを選ぶ．以下の右上の図において，それは予算上の点 $A = (x_A, y_A)$ で表される．この点で Ａ さんの限界代替率と価格比 $\dfrac{p_x}{p_y}$ は等しくなる．いま，$x_A < w_{xA}$ なので，Ａさんは財Ｘの純供給者であり，$y_A > w_{yA}$ なので，Ａさんは財Ｙの純需要者である．

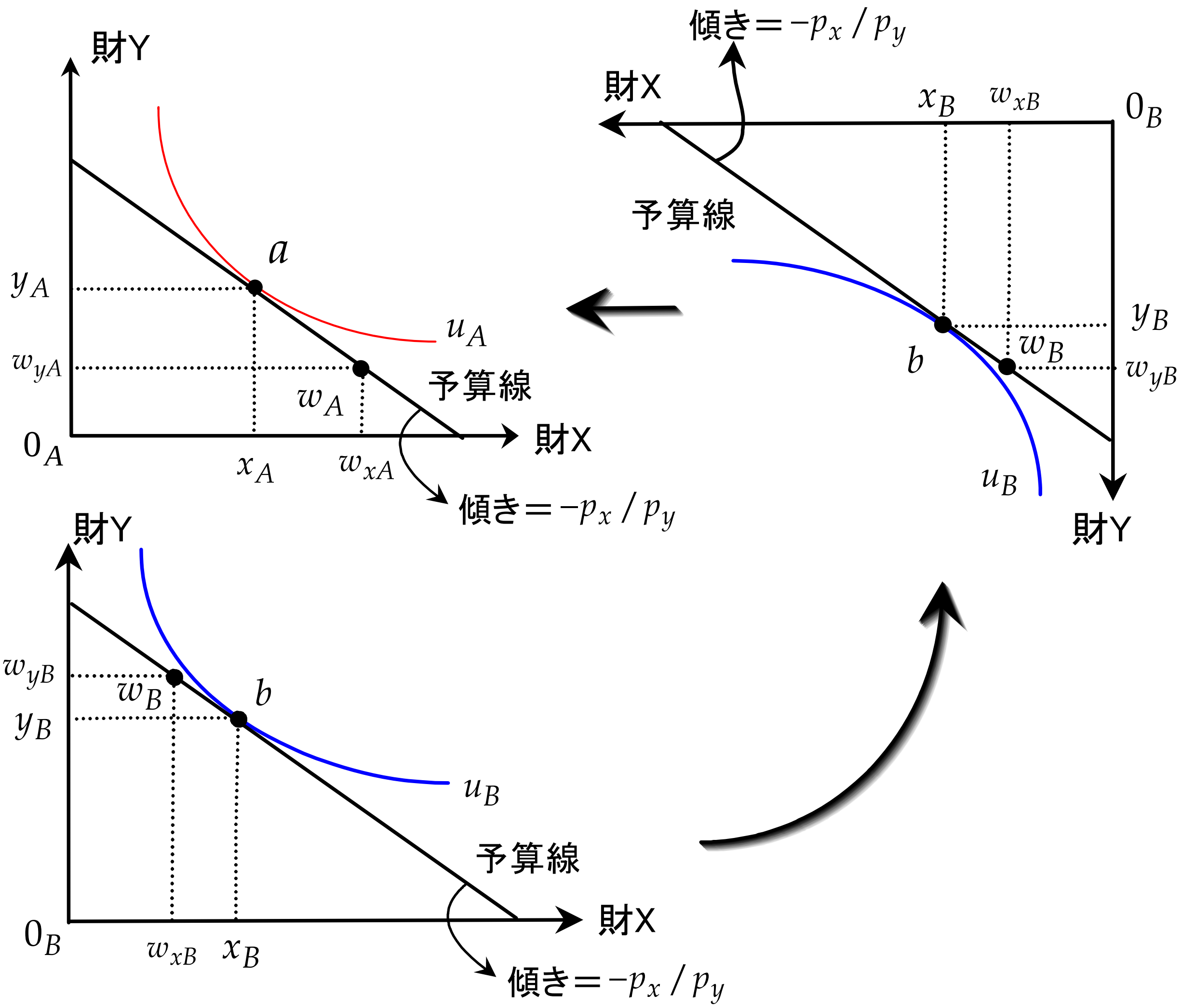


図５．１：Ａさんの効用最大化とＢさんの効用最大化

同様に，B さんも彼の予算制約の下で自分の効用を最大にする組合せを選ぶ．左下の図において，それは点$b=(x_B,y_B)$で表される．この点で B さんの限界代替率と価格比$\dfrac{p_x}{p_y}$は等しくなる．A さんと B さんは同じ価格に直面していることに注意しよう．いま，$x_B > w_{xB}$なので，B さんは財Xの純需要者であり，$y_B < w_{yB}$なので，B さんは財Yの純供給者である．

Ｂさんの効用最大化の図をひっくり返して，予算線と初期保有点が重なるようにＡさんの効用最大化の図と合わせると，エッジワース・ボックスを得る．

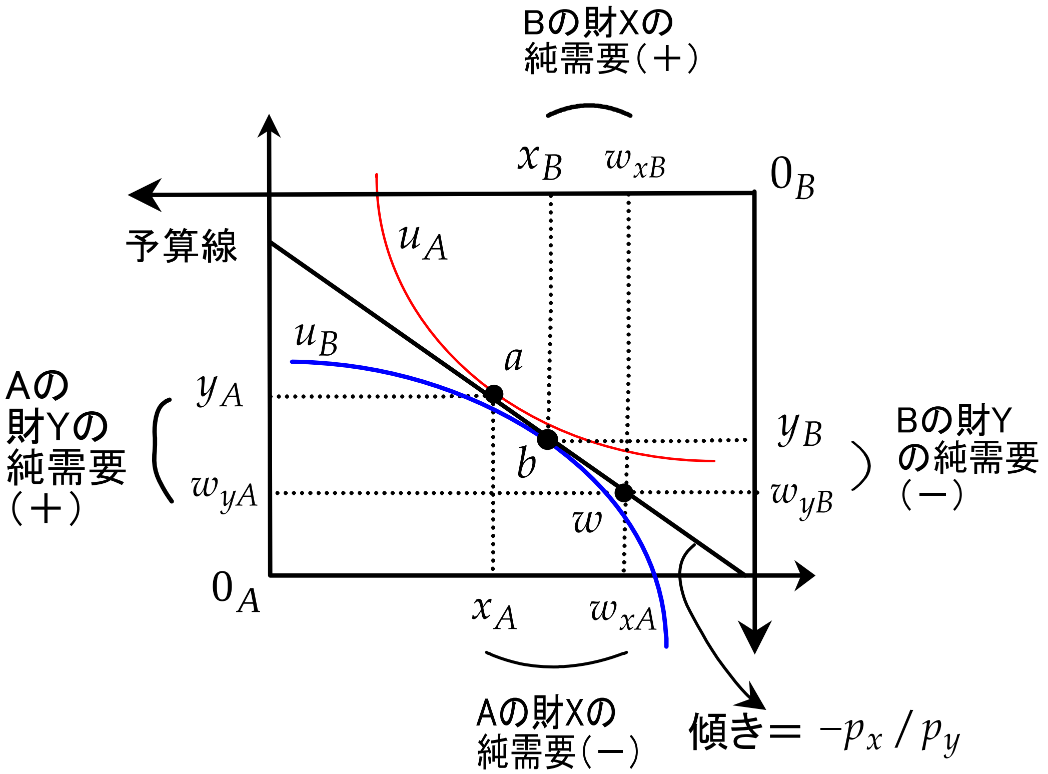


図５．２：エッジワース・ボックス

Ａさんの初期保有点w_AとＢさんの初期保有点w_Bは一致し，それはwで表される．しかし，Ａさんの最適消費点ａとＢさんの最適消費点ｂは同じ位置にくるとは限らない．上図で表される価格の下では，総需要と総供給は等しくならない．つまり，

$$x_A + x_B < w_{xA} + w_{xB}\,,$$

$$y_A + y_B > w_{yA} + w_{yB}\,.$$

すなわち，

$$w_{xA} - x_A > x_B - w_{xB}$$

Ａの売りたいと思っているＸの量＞Ｂの買いたいと思っているＸの量

$$y_A - w_{yA} > w_{yB} - y_B$$

Ａの買いたいと思っているＹの量＞Ｂの売りたいと思っているＹの量

財Ｘについては**超過供給**が生じ，財Ｙについては**超過需要**が生じている．

このように総需要と総供給は等しくならない時，市場は**不均衡**であるという．市場が不均衡の場合，総需要と総供給の差をなくそうと競売人は財の価格を以下のように

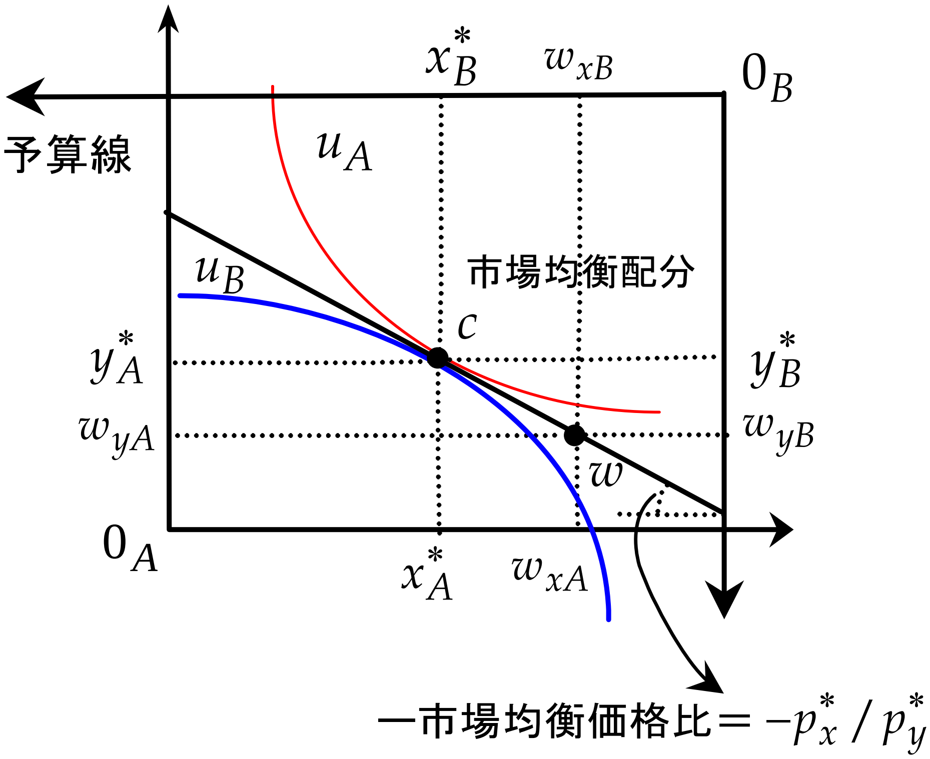
変える：

１）超過供給が生じている財については，その財の価格を下げる．

２）超過需要が生じている財については，その財の価格を上げる．

上図の例では，財Xについては価格を下げ，財Yについては価格を上げる．よって，価格比 $\frac{p_x}{p_y}$ は小さくなり，予算線の傾きは小さくなる．

このような価格調整プロセスが，各財の総需要と総供給が等しくなるまで続くとしよう．すると，最終的な状況は以下の図で表されるようなものになる．



図：５．３：市場均衡

配分ｃ点と価格比 p_x^* / p_y^* のもとでは次の二つのことが成立している．

１）すべての消費者は，自分が買うことができる予算制約を満たす財の組合せの内，最も高い効用をもたらす財の組合せを選択している．

２）すべての財に関して，総需要と総供給が等しくなっている．

上記の条件１）と２）が満たされているとき，市場は**均衡している**という．また，

条件１）と２）が成立する配分$((x_A^*, y_A^*), (x_B^*, y_B^*))$を**市場均衡配分**（もしくは**競争均衡配分**）とよび，条件１）と２）が成立する価格(p_x^*, p_y^*)を**市場均衡価格**（もしくは**競争均衡価格**）とよぶ.

市場均衡に関して以下のことが成立している.

１）市場均衡配分において, 各消費者の無差別曲線は予算線に接している, すなわち, Ａさんとｂさんの無差別曲線がお互いに接しており，ＡさんとＢさんの限界代替率は等しく，それは均衡価格比$\dfrac{p_x^*}{p_y^*}$に等しい.

２）各財について総需要と総供給が等しく，均衡配分は実現可能である，つまり，

$x_A + x_B = w_{xA} + w_{xB}$，$y_A + y_B = w_{yA} + w_{yB}$.

６．厚生経済学の基本定理：市場均衡とパレート効率性

なぜ市場均衡が重要なのかに関して，以下の二つの問題を考えよう.

問１：いま，市場均衡が達成されるところで取引がなされているとする．その時，すべての人がさらに交換を行いたいとは思わないのであろうか，つまり，市場均衡配分はパレート効率であろうか.

問１に対して肯定的な答えを与えてくれるのが以下の定理である.

厚生経済学の第１定理：市場均衡配分は必ずパレート効率である.

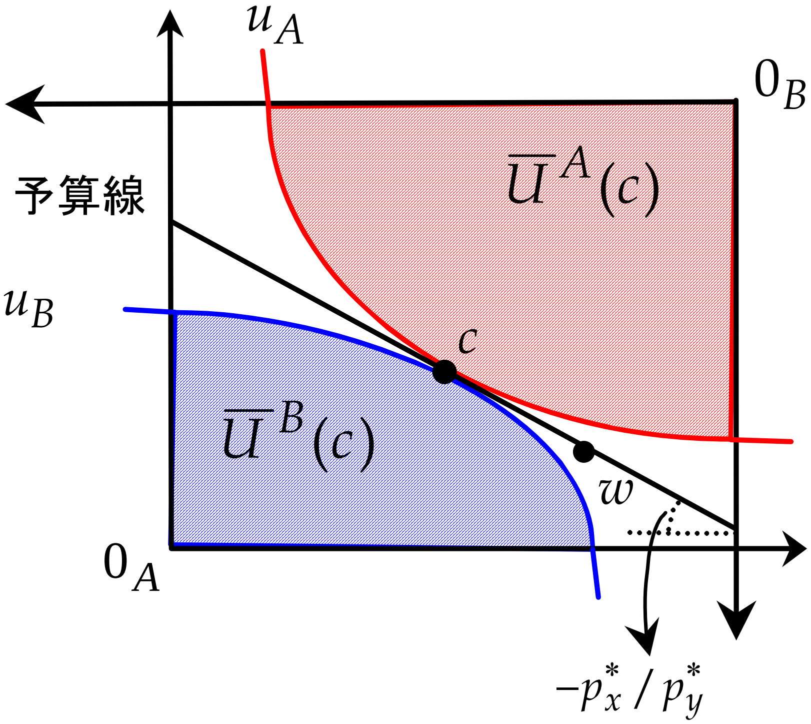


図６．１：厚生経済学の第１定理

市場均衡配分cに関して, Aさんにとってcより好ましい実現可能な配分の集合$\overline{U}^A(c)$と，Bさんにとってcより好ましい実現可能な配分の集合$\overline{U}^B(c)$を考えよう．Aさんはcにおいて効用を最大化しているので，$\overline{U}^A(c)$はAさんの予算線の上側に位置しなければならない．同様に，Bさんはcにおいて効用を最大化しているので，$\overline{U}^B(c)$はBさんの予算線の下側に位置しなければならない．よって，$\overline{U}^A(c)$と$\overline{U}^B(c)$は交わらず，AさんとBさんの両者の効用を同時に c より高めるような配分はない．つまり，市場均衡配分cはパレート効率である．

注１：「AさんとBさんの無差別曲線がお互いに接している配分は，パレート効率である（結果４．１）」ことと「市場均衡配分において，二人の無差別曲線がお互いに接している」ことからも，厚生経済学の第１定理を導くことができる．

注２：ここでは，二人二財の交換経済のみを考察した．しかし，上記の定理はより一

般的な，二人以上の消費者，二種類以上の財が存在する場合や，生産を含む経済でも成立する．

厚生経済学の第１定理の意味：

効率的な資源配分を達成することができる一般的なメカニズム―競争市場―が存在する．さらに，競争市場においては，各消費者は財の価格だけを知っていればよく，それ以上の情報，例えば，経済全体でどれだけの財が利用可能で，誰がどんな財を持っているか，その財がどこから来たのかなどについて知る必要がない．この情報を節約できるという競争市場の特性は，特に大きな市場においては有用である．

問２（問１の逆の問題）：いま，あるパレート効率な配分が与えられたものとする．その時，それを市場均衡配分として達成する価格を見つけることができるか？

問２に対する答えは，ある条件の下では肯定的であること述べたのが以下の定理である．

厚生経済学の第２定理：すべての人々の無差別曲線が凸であるとしよう．この時，パレート効率な配分を，ある適当な初期保有配分の下で市場均衡配分として達成できる価格が必ず存在する．

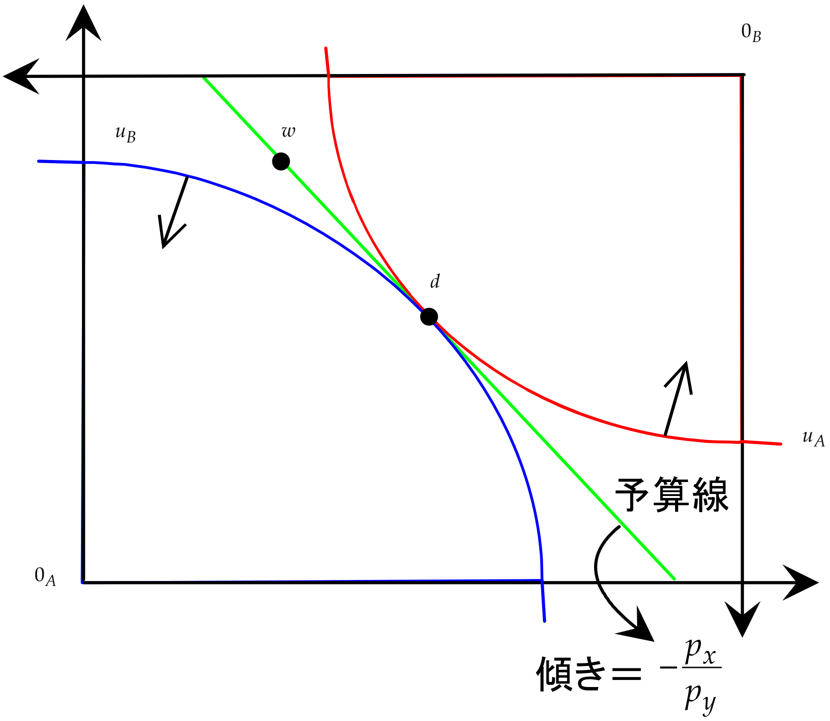


図６．２：厚生経済学の第２定理．二人の無差別曲線はともに凸である．

あるパレート効率な配分 d を考えよう．d においては二人の無差別曲線 u_A と u_B は接しているので，これらの曲線に共通の接線を引くことができる．いま，この直線が二人の予算線を表しているものとしよう．すると，d において，Ａさん，Ｂさんともに，予算制約を満たす財の組合せの中で効率なものを選んでいる．いま，この予算線の傾きの大きさを価格比（p_x / p_y）とし，予算線上にある任意の点（予算線上にある点ならどこでもよい）を，初期保有配分としよう．その時，市場均衡配分は，パレート効率な配分 d と一致する．

ただし厚生経済学第２定理が成立するためには，すべての人の無差別曲線が凸であることが重要である．

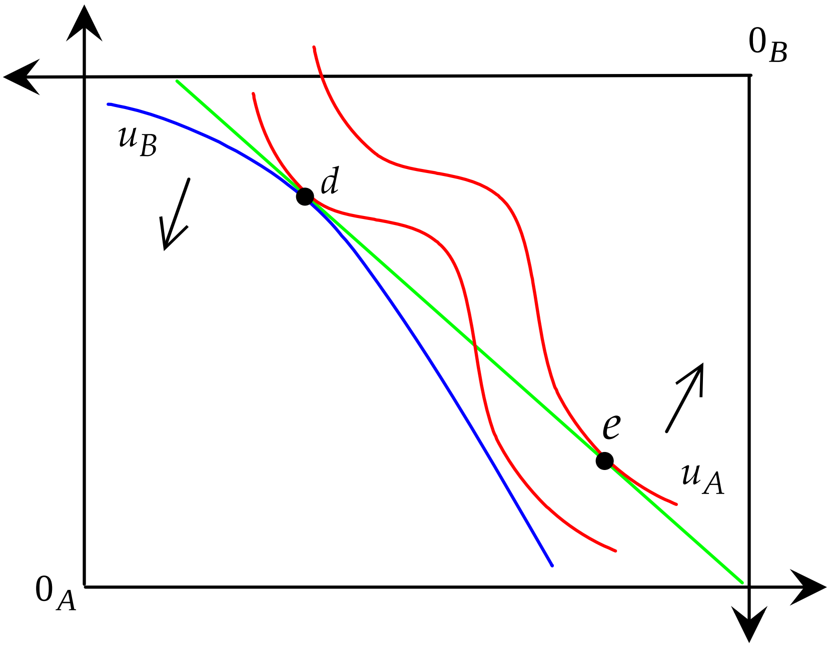


図６．３：厚生経済学の第２定理が成立しないケース．Ｂの無差別曲線は凸だが，Ａの無差別曲線は凸でない．

図６．３において，配分 d はパレート効率であるが，d を市場均衡配分にするような価格は存在しない．例えば，d を通り u_B に接している直線を予算線として考えよう．しかしながら，この予算線に関して，Ａさんにとって最適な配分とＢさんにとって最適な配分は一致していない．Ａにとっては e が最適で，Ｂにとっては d が最適であり，需要と供給は一致しない．

もし，図６．２のように，二人の無差別曲線がともに凸ならば，このような問題は生じない．

注 : 厚生経済学の第２定理は，第１定理と同様に，二人二財の交換経済だけではなく，より一般的な，二人以上の消費者，二種類以上の財が存在する場合や，生産を含む経済でも成立する．

厚生経済学の第２定理の意味：

パレート効率な配分は多数あるが，いまある価値基準に基づいて，複数のパレート効率な配分の中から，一つの望ましい配分を選んだとしよう．第２定理は，その配分

は競争市場を用いて達成することができることを示している．これは，どんな価値基準であっても達成可能である．

７．市場均衡とコア

市場均衡配分は単にパレート効率なだけではなく，以下の特性も満たす．

> 定理７．１：市場均衡配分は必ずコアに属する．

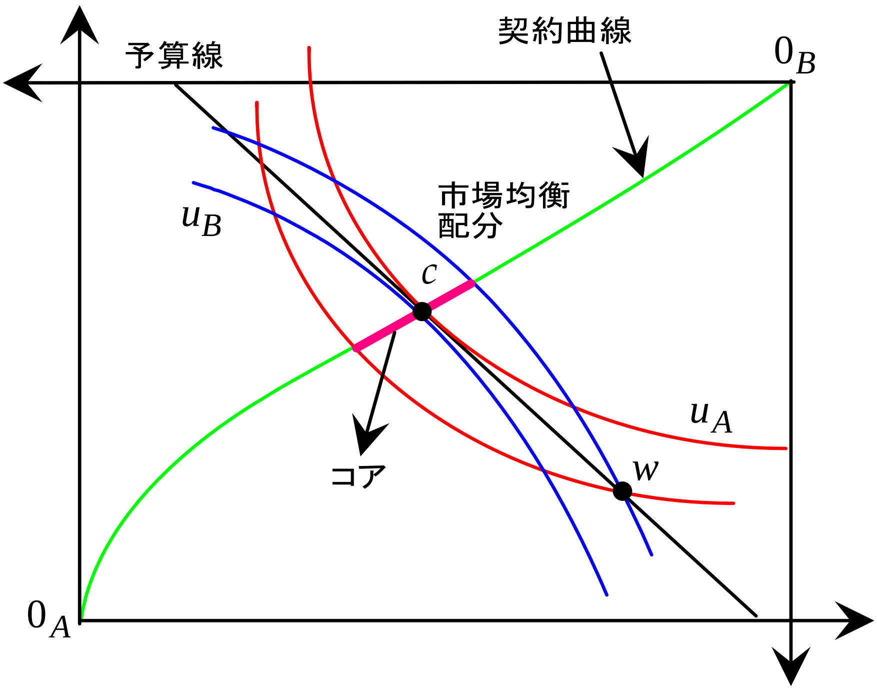


図７．１：市場均衡配分はコアに属する．

なぜか？均衡配分においては，各消費者は予算制約を満たす財の組合せの内，最も高い効用をもたらす組合せを選んでいる．また，初期保有配分は予算線上にあり，各消費者が買うことができる財の組合せの一つを表している．よって，各消費者が均衡配分において得る効用は，初期保有配分で得る効用と等しいかもしくは大きくなければならない，すなわち，均衡配分は個人合理的である．

さらに，厚生経済学の第１定理より，均衡配分はパレート効率である．よって，均衡配分はコアに属する．

８．公平性

８．１　公平な配分と公正な配分

パレート効率性は資源を無駄なく効率的に配分することに関する基準であり，それは，配分の公平性は考慮にいれられていない．ここでは，以下のような財配分の公平性に関する基準を考察する．

公平な配分：もしある消費者Ａが，他の消費者Ｂさんの財の組合せを自分の財の組合せよりも好ましいと思うとき，ＡはＢに対して**ねたみを持つ**（envy）という．誰も他の人に対してねたみを持たない実現可能な配分を**公平**（equitable）であるという．

公正な配分：公平でありなおかつパレート効率な配分を**公正**（fair）であるという．

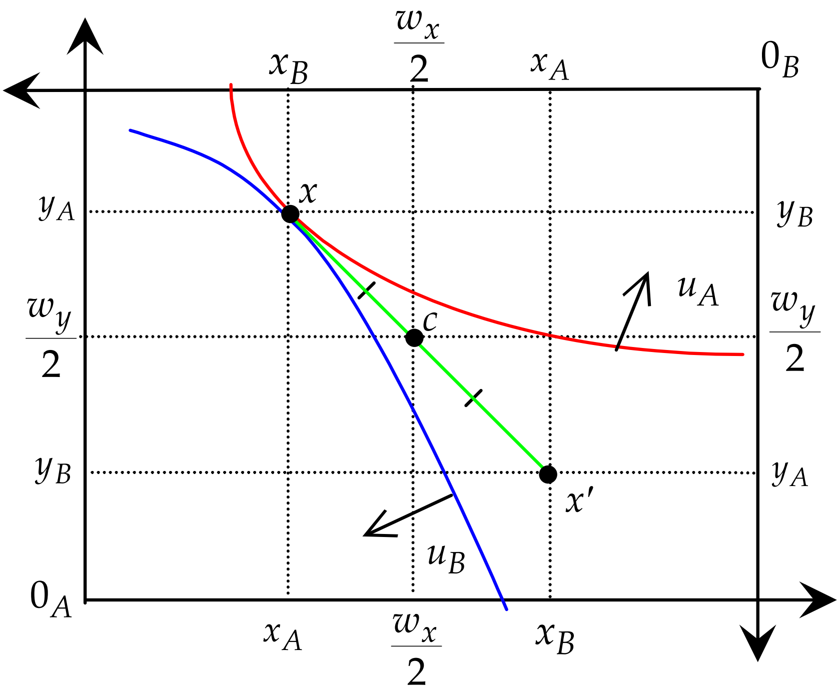


図８．１：公正な（公平かつパレート効率な）配分

実現可能な配分xは公正な配分である．このことを理解するため，配分xとエッジワース・ボックスの中心点cに関して点対称な配分x'を考えよう．すると，$x=((x_A,y_A),(x_B,y_B))$ならば，$x'=((x_B,y_B),(x_A,y_A))$という関係がある，つまり，配分

x' は，配分 x における財の組合せをＡとＢとで交換した配分を表している．いま，配分 x を通る消費者Ａの無差別曲線は配分 x' より右上に位置しているので，消費者Ａは配分 x を配分 x' よりも好む，すなわち，Ａは (x_A,y_A) を (x_B,y_B) よりも好む．つまり，配分 x に関して，Ａは自分が受け取る財の組合せ (x_A,y_A) を他人が受け取る財の組合せ (x_B,y_B) より好ましいと思っている．

また，配分 x を通る消費者Ｂの無差別曲線は配分 x' より左下に位置しているので，消費者Ｂも配分 x を配分 x' よりも好む，すなわち，Ｂは (x_B,y_B) を (x_A,y_A) よりも好む．つまり，配分 x に関して，Ｂは自分が受け取る財の組合せ (x_B,y_B) を他人が受け取る財の組合せ (x_A,y_A) より好ましいと思っている．

以上のことより，x は公平な配分である．さらに，x においてＡとＢの無差別曲線はお互いに接しているので，x はパレート効率な配分である．よって，x は公正な配分を表している．

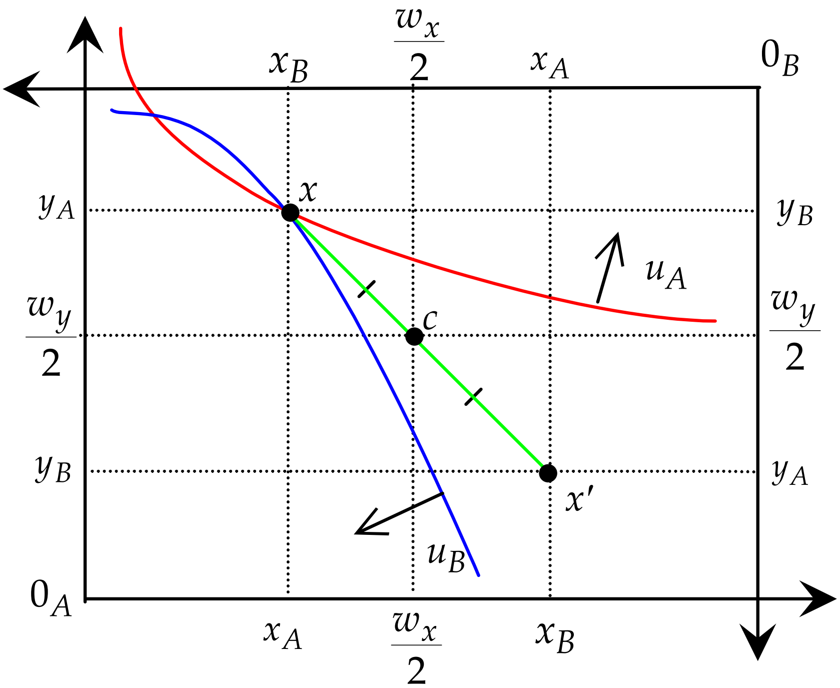


図８．２：公平だが，パレート効率ではない配分

一つ前の図と同様に，x はねたみのない公平な配分である．しかし，x においてＡとＢの無差別曲線は交わっているので，x はパレート効率な配分ではない．

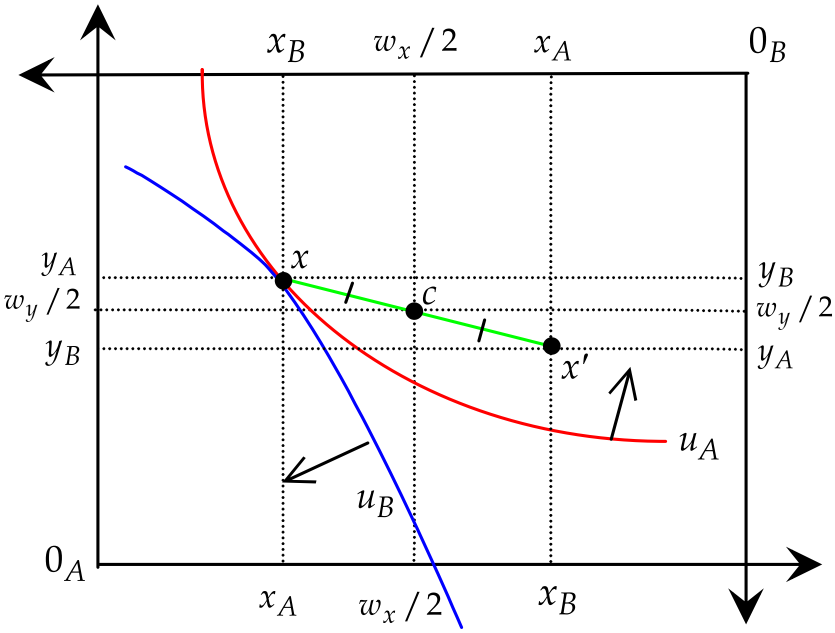


図８． ３：パレート効率だが，公平ではない配分

上図の配分xにおいてＡとＢの無差別曲線はお互いに接しているので，xはパレート効率な配分である．しかしながら，配分xは公平ではない．なぜなら，xを通る消費者Ａの無差別曲線は，xと中心点ｃに関して点対称な点x'より左下に位置しているので，消費者Ａはx'をxよりも好む，すなわち，Ａは(x_A, y_A)よりも(x_B, y_B)を好む．つまり，配分xに関して，Ａは自分が受け取る財の組合せ(x_A, y_A)よりも他人が受け取る財の組合せ(x_B, y_B)をより好ましいと思っており，ＡはＢに対してねたみを持つ．

８． ２．市場均衡配分と公正性

一般に市場均衡配分は公平であるとは限らない．しかし，初期保有が均等な場合には，市場取引メカニズムで公正な配分が達成可能である．このことを見てみよう．

いま，各人の初期保有は最初に決まっておらず，社会全体で利用可能な財の量(w_x, w_y)のみが決まっていて，人々が同等に各財を得る権利を持っているとしよう．この場合には，まず利用可能な財を人々に均等に分け，つまり，初期保有配分を

$$(w_{xA}, w_{yA}) = (w_{xB}, w_{yB}) = \left(\frac{w_x}{2}, \frac{w_y}{2}\right)$$

として，この均等な初期保有を出発点として市場取引を行うものとする．その結果得られた市場均衡を，**均等な初期保有からの市場均衡**という．すべての人が財を保有する権利を同等にもっている場合には，最初に各人に均等な初期保有を分け与えて，最終的にどういう配分にするかは市場取引メカニズムで決めることは一つの自然なやり方であろう．

定理８．１：均等な初期保有からの市場均衡配分は公正である．

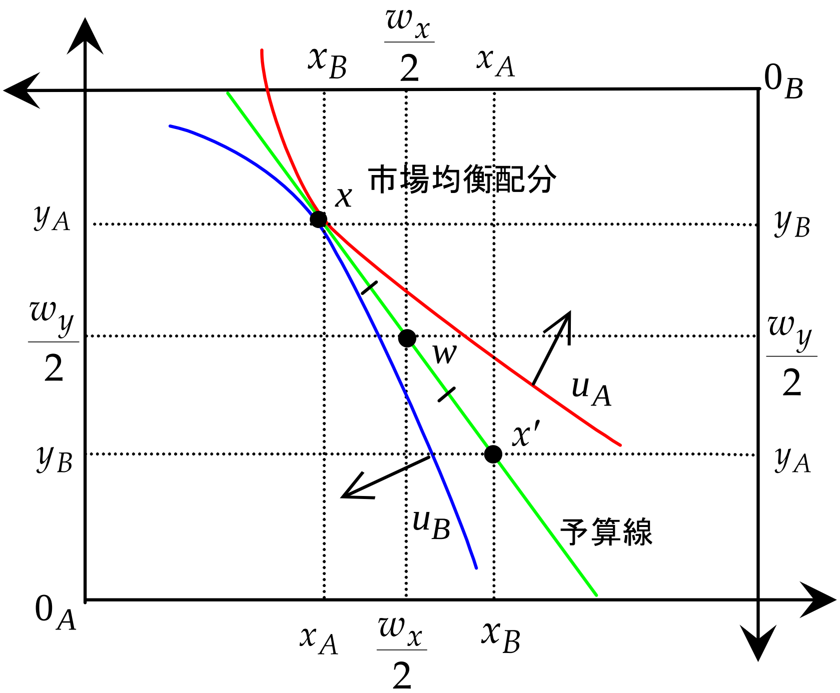


図８．２：均等な初期保有からの市場均衡の公正性

なぜか？いま，$((x_A, y_A), (x_B, y_B))$が，ある均等な初期保有からの市場均衡配分であるとしよう．まず，消費者Ａについて考えよう．初期保有量はＡとＢでは同じなので，所得も同じである．Ｂが(x_B, y_B)を買うことができるので，Ａも(x_B, y_B)を買うことができる．ところが，(x_A, y_A)はＡの予算制約を満たす組合せの内，Ａにとって最適なものである．よって，Ａは，Ｂの組合せ(x_B, y_B)を自分の組合せ(x_A, y_A)より好むこと

はない．このことは，上図において，xを通る消費者Aの無差別曲線は，xと中心点wに関して点対称な点x'より右上に位置していることからもわかる．つまり，消費者Aは，自分と相手の受け取る財の組合せを交換した配分x'よりも，もとの配分xを好むのである．同様の議論から，消費者Bは，Aの組合せ(x_A, y_A)を自分の組合せ(x_B, y_B)より好むことはない．よって，$((x_A, y_A),(x_B, y_B))$は公平な配分である．

さらに，厚生経済学の第１定理から，どんな初期保有配分に関しても市場均衡配分はパレート効率であるので，$((x_A, y_A),(x_B, y_B))$はパレート効率である．

交換経済に関する演習問題

１） a)以下の語句の定義を書け．

部分均衡分析，一般均衡分析，初期保有量，実現可能な配分，パレート改善，パレート効率性，厚生経済学の第１定理，厚生経済学の第２定理，公平な配分，公正な配分

b）以下の語句の定義を書き，図を用いて表せ．

契約曲線，コア，市場均衡配分，市場均衡価格

c）市場均衡配分がコアに属していることを図を使って示せ．

d) 均等な初期保有からの市場均衡配分が公正な配分であることを図を使って示せ．

以下の4問では，２人の消費者，A，B，及び２種類の財から成る交換経済を考える．

２）AさんとBさんは同じ選好を持ち，お酒が大好きで，底なしである．彼らは，お酒ならビールでも日本酒でもよく，お酒の総量が多いほどよいそうである．ビールを財X，日本酒を財Yとしよう． Aの初期保有量が，(w_{xA}, w_{yA})＝（１５，４），Bの初期保有量が，(w_{xB}, w_{yB})＝（５，８）で与えられたとする．

a）エッジワース・ボックスを描け．縦，横の長さがいくつか，初期保有配分の位置

はどこか，はっきりと示すこと.

ｂ）ａ）で書いたエッジワース・ボックスにＡとＢの無差別曲線u_A，u_Bを描け.

ｃ）エッジワース・ボックスをもう一度書き，パレート効率な配分の集合はどの部分になるか描け .

ｄ）エッジワース・ボックスをもう一度書き，コアはどの部分になるか描け .

ｅ）エッジワース・ボックスをもう一度書き，市場均衡配分と市場均衡価格比率（p_x / p_y）を図示せよ.

ｆ）市場均衡配分は公平か？市場均衡配分が複数ある場合には，すべての市場均衡配分は公平か？もし公平でない市場均衡配分があれば，それはどれか？図を用いて説明せよ.

３）ＡさんとＢさんは同じ選好を持ち，ブラッティ・マリーが大好きで，底なしである．ブラッティ・マリーを作るには，ウォッカとトマトジュースを３分の１と３分の２の割合でミックスする．余ったウォッカやトマトジュースは捨ててしまうそうである. ウォッカを財X, トマトジュースを財Ｙとしよう．Ａの初期保有量が, (w_{xA}, w_{yA})＝（２，２０），Ｂの初期保有量が，(w_{xB}, w_{yB})＝（１０，４）で与えられたとする.

問２と同じ質問ａ)～ｆ）に答えよ.

４）いまＡさんの効用関数は$u(x,y)=x+y$で与えられる，つまりＡさんにとって財Xと財Yは完全代替財である. 他方, Bさんの効用関数は$u(x,y)=\min(2x,y)$で与えられる，つまりBさんにとって財Xと財Yは完全補完財である．Ａの初期保有量が, (w_{xA}, w_{yA})＝（２，２０），Ｂの初期保有量が，(w_{xB}, w_{yB})＝（１０，４）で与えられたとする（問３と初期保有量は同じである）.

問２と同じ質問ｂ)～ｆ）に答えよ（ａ）は除く）.

＊５）Ａさんの効用関数は$u_A(x_A, y_A)=x_A^2 y_A$で，Ｂさんの効用関数は

$u_B(x_B, y_B) = x_B y_B$ で与えられる．Aの初期保有量が $(w_{xA}, w_{yA}) = (12,0)$，Bの初期保有量が $(w_{xB}, w_{yB}) = (0,12)$ である．財Xの価格を p_x と表し，財Yの価格は $p_y = 1$ とする．

a）パレート効率な配分において成立していなければならない条件を式で表せ（ヒント：Aの財Xの限界効用は $MU_X^A = \dfrac{\partial u}{\partial x_A} = 2x_A y_A$，Aの財Yの限界効用は $MU_Y^A = \dfrac{\partial u}{\partial y_A} = x_A^2$，Bの財Xの限界効用は $MU_X^B = \dfrac{\partial u}{\partial x_B} = y_B$，Bの財Yの限界効用は $MU_Y^B = \dfrac{\partial u}{\partial y_B} = x_B$ で与えられる）．

b）消費者Aの予算線を求めよ．また，最適な消費の組合せを p_x の関数（$x_A(p_x)$, $y_A(p_x)$）として表せ.

c）消費者Bの予算線を求めよ．また，最適な消費の組合せを p_x の関数（$x_B(p_x)$, $y_B(p_x)$）として表せ.

d）市場均衡配分と市場均衡価格を求めよ．均衡ではどういう取引が行われているか？Aの純需要とBの純需要を求めよ．各財について純需要者と純供給者は誰か？

e）エッジワース・ボックスを書き，d）で求めた市場均衡を図示せよ.

f）この数値例に関して，厚生経済学の第一定理の主張が成立していることを示せ.

g）この数値例に関して，市場均衡配分がコアに属していることを示せ.

h）市場均衡配分は公平か？図を用いて説明せよ.

i）公正な配分を一つ求めよ．また，それを図示せよ.

j）公平だが公正ではない配分を一つ求めよ．また，それを図示せよ.

k）パレート効率だが公平ではない配分を一つ求めよ．また，それを図示せよ.

l）初期保有が均等であるとする，つまり $(w_{xA}, w_{yA}) = (w_{xB}, w_{yB}) = (6,6)$ である．均等な初期保有からの市場均衡配分と市場均衡価格を求めよ．また，それらを図示せよ.

m）均等な初期保有からの市場均衡配分が公平であることを示せ．l）で書いた図

を用いて説明せよ．

＊６）本文では，パレート効率な配分や市場均衡配分を議論するとき，それらがエッジワース・ボックスの内部に位置することを仮定してきた．パレート効率な配分や市場均衡配分がエッジワース・ボックスの境界線上（箱の枠）になる場合でも，以下の記述が成立するか否かを示せ．成立する場合はその理由を図を用いて説明せよ．成立しない場合には反例を一つあげよ（図で示せ）．

a) もしある配分において二人の消費者の限界代替率が等しいならば，その配分は必ずパレート効率である．

ｂ）もしある配分がパレート効率ならば，その配分においては二人の消費者の限界代替率は必ず等しい．

ｃ）厚生経済学の第１定理

ｄ）厚生経済学の第２定理

公共財供給

2.1　公共財とは

A 君と B 君は，A 君のアパートで一緒にビールを飲みながら，テレビで広島―巨人戦を見ようということになった．ところが，あいにく A 君のアパートには缶ビールが一本しかなかった．ケチな A 君は，缶ビールは自分が買ってきたものだからと言って，一人で全部飲んでしまった．怒った B 君は自分の家に帰り，その夜は二人別々にナイターをテレビ観戦することになった．

A 君が缶ビールを飲んでしまったので，B 君はその同じ缶ビールを飲むことができなかった．このように，ある人が消費したならば，他の人が消費できなくなるような財・サービスを「私的財」という．他方，A 君が自分のアパートでナイターを見たからといって，B 君が自宅でナイターを見られなくなるわけでない．このように，ある人が消費しているからといって，他の人が消費することを妨げないような財・サービスを「社会財」という．社会財の持つこの性質は，「消費に関する非競合性」と呼ばれる．

プロ野球の巨人戦は，誰でも無料で一般のテレビ放送を通じて見ることができる．一般のテレビ・ラジオ放送のように，社会財であって，全ての人が自由にアクセスできる財・サービスを「純粋公共財」という．自由なアクセスは「消費に関する排除不可能性」とも呼ばれる．

社会財ではあるが，アクセスが自由ではない財・サービスも存在する．例えば，プロ野球の広島―阪神戦を関東地方において見るためには，料金を支払い，ケーブル・テレビに加入する必要がある．ケーブル・テレビ放送，警備会社による防犯，有料の公園，有料の道路，会員制のプールなどは，料金を支払わない人は利用できない．消費に関して非競合的だが，アクセスを制限できる財・サービスを「排除可能な公共財」と呼ぶ文献も多い．

他方，警察による防犯，無料の公園，無料の一般道路，公共のプール，消防，行政，公共の駐車場などは，誰でも自由にアクセスでき，消費に関して排除不可能である．しかし，利用者が非常に多い場合には混雑するため，消費に関して競合的になり，社会財としての性質が失われることもある．

このように，実際の多くの財に関しては，消費に関する非競合性と排除不可能性の程度が異なっている．これら二つの性質を満たす度合に応じて，さまざまな財の分析を行うことが可能であるが，以下では，両方の性質を十分によく満たす純粋公共財のケースに焦点

を絞り，純粋公共財を単に公共財と呼ぶことにする．

私的財に関しては，市場価格メカニズムを使って効率的な財の配分を実現できることはよく知られており，これは「厚生経済学の基本命題」と呼ばれる（石井＝西條＝塩沢 (1995) 第 6 章を参照）．しかし，公共財が存在する経済においては，効率的な財の配分を実現することは容易ではない．このことを，ゲーム理論の手法を用いて示してみよう．

2.2　大気中の有害物質削減ゲーム

オゾン層を破壊するフロン，車の排気ガスに含まれる窒素酸化物や浮遊粒子状物質，ダイオキシンなど大気中の有害物質の削減は，早急に解決が求められている重要な社会問題の一つである．いま，二つの隣接する A 国と B 国が，大気中の有害物質を削減するための投資を国家予算の中から行おうとしているものとしよう．これは，「きれいな大気」という公共財を二つの国で生産するケースである．二つの国は隣接しており，自国の空気を相手国に使わせないようにすることは不可能である．例えば，A 国の投資により大気中の有害物質を 5%削減することができたならば，たとえ B 国が全く投資を行わなくても，B 国の大気中の有害物質はやはり 5%削減するであろう．よって，各国における大気の有害物質量は同じで，両国の投資額の合計によって決まるものとする．また，総投資額が増加するほど，大気中の有害物質は少なくなるものとする．

各国の総予算はそれぞれ 3 千億ドルで，簡単化のために，有害物質削減への投資額を千億ドル単位とする．各国は 0, 1, 2, 3 のいずれか一つを投資額（単位は千億ドル）として，おのおの独立に選択するとしよう．いま，A 国の投資額を C_A，B 国の投資額を C_B と表そう．投資を行うことによって得られる便益は，表 2.1 に示されている値をとるものとする．ゲーム理論では「便益」は「利得」と呼ばれている．以下では利得という言葉を使う．表 2.1 において，行は A 国の投資額を，列は B 国の投資額を表す．また，各マスの左下の数字は A 国の利得を，右上の数字は B 国の利得を表している．（これらの値は，A 国の利得 $= (3-C_A)^2(C_A+C_B)^3$，B 国の利得 $= (3-C_B)^2(C_A+C_B)^3$ という利得関数に基づいて計算されている．これらの関数は，経済学でよく用いられるコブ＝ダグラス型関数の一種である．）

表 2.1：大気中の有害物質削減ゲームの利得表

B 国

A 国	$C_B=0$	$C_B=1$	$C_B=2$	$C_B=3$
$C_A=0$	0, 0	9, 4	72, *8*	243, 0
$C_A=1$	4, 9	*32*, *32*	*108*, 27	*256*, 0
$C_A=2$	*8*, 72	27, *108*	64, 64	125, 0
$C_A=3$	0, 243	0, *256*	0, 125	0, 0

各国の利得は以下のような特徴を持つ．1）自国の投資額が変わらなければ，相手国の投資額が多くなればなるほど，自国の負担を増やすことなく有害物質は減るので，利得は大きくなる．例えば，A 国の投資額が 2 の時，A 国は，B 国が投資額を 0 にすれば 8，投資額を 1 にすれば 27，投資額を 2 にすれば 64，投資額を 3 にすれば 125 の利得を得る．2）総投資額が一定ならば，つまり，同じ有害物質水準を達成できるのであれば，自国の投資額が小さいほど利得は大きくなる．例えば，総投資額（C_A+C_B）が 3 の時，A 国は投資しなれけば 243，投資額を 1 にすれば 108，投資額を 2 にすれば 27，投資額を 3 にすれば 0 の利得を得る．3）有害物質の削減は必要不可欠なので，削減が全く行われない（$C_A+C_B=0$）時は，利得は必ずゼロになってしまう．4）予算を全額有害物質削減のために投資した（$3-C_i=0, i=A,B$）場合も，他には何も購入できなくなるので，利得は必ずゼロである．

さて，表 2.1 のゲームでは，両国の投資額はどこに落ち着くのであろうか．このことを考察するため，まず，B 国の投資額が与えられたとき，A 国はどれだけ投資するのが最適かを検討しよう．最初に，もし，B 国の投資額がゼロなら，A 国は，投資しなければ 0，投資額を 1 にすれば 4，投資額を 2 にすれば 8，投資額を 3 にすれば 0 の利得を得る．したがって，利得が最大になる投資額 2 を選ぶだろう．次に，もし，B 国の投資額が 1 ならば，A 国は，投資しなければ 9，投資額を 1 にすれば 32，投資額を 2 にすれば 27，投資額を 3 にすれば 0 の利得を得る．よって，利得が最大になる投資額 1 を選ぶだろう．同様に，

B 国の投資額が 2 もしくは 3 の時も，A 国は自国の利得が最大になる投資額 1 を選ぶだろう．A 国の投資額が与えられた時における，B 国の最適な投資額についても，同じことが成立する．

相手国の投資額が 1 のときに自国の利得を最大にする投資額は 1 である．このことは相手国も同じである．よって両国の投資額が 1 に落ち着くと予測するのが自然であろう．このように, 相手国の戦略に対して各国が最適な戦略を選択している状況は「ナッシュ均衡」と呼ばれる．

ところが，各国が共に 1 ずつ投資するナッシュ均衡は，効率的ではない．なぜなら，もし，各国が共に 2 ずつ投資すれば，両国とも 64 の利得を得ることができ，それはナッシュ均衡における利得 32 より大きいからである．一方，両国とも 2 ずつ投資するのはナッシュ均衡とはならない．なぜなら，相手の投資額が 2 の場合は，自国の投資額を 2 から 1 に減らすことにより利得を 64 から 108 に増やし，相手国の公共財の投資にただ乗りできるからである．自国の利得のみを追求する結果，両国にとって最善の結果を得ることができないのである．

以上のように，社会の参加者が自己の所有する私的財を自発的に出し合って，公共財を生産する仕組み・制度は「自発的支払メカニズム(voluntary contribution mechanism)」と呼ばれる．上記の例では，ナッシュ均衡における公共財への総投資額は，効率的な公共財への総投資額よりも小さくなった．一般に，自発的支払メカニズムのナッシュ均衡における公共財の供給水準は，効率的な水準に比較して低いことが知られている．

このことを以下で見る．公共財供給に関する詳しい説明は，以下の文献を参照．

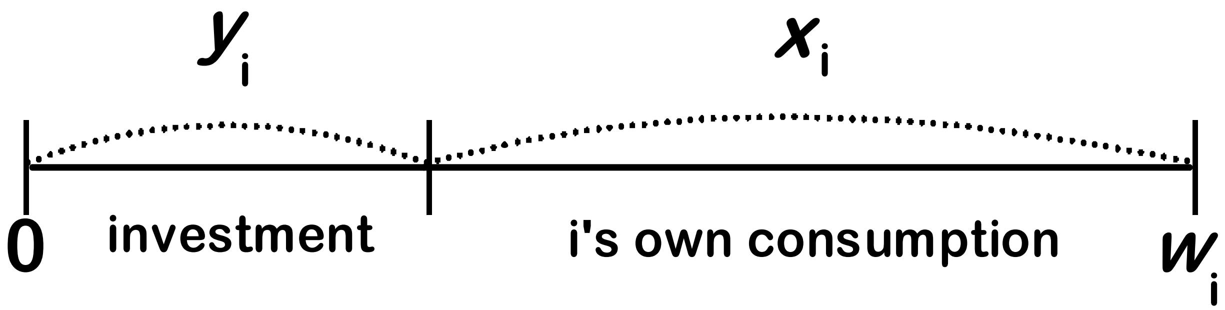
石井安憲　西條辰義　塩沢修平（1995），『入門・ミクロ経済学』　第7章，有斐閣.

また，以下の問題集が有用.

石井安憲　西條辰義　塩沢修平（1996），『演習入門・ミクロ経済学』　有斐閣.

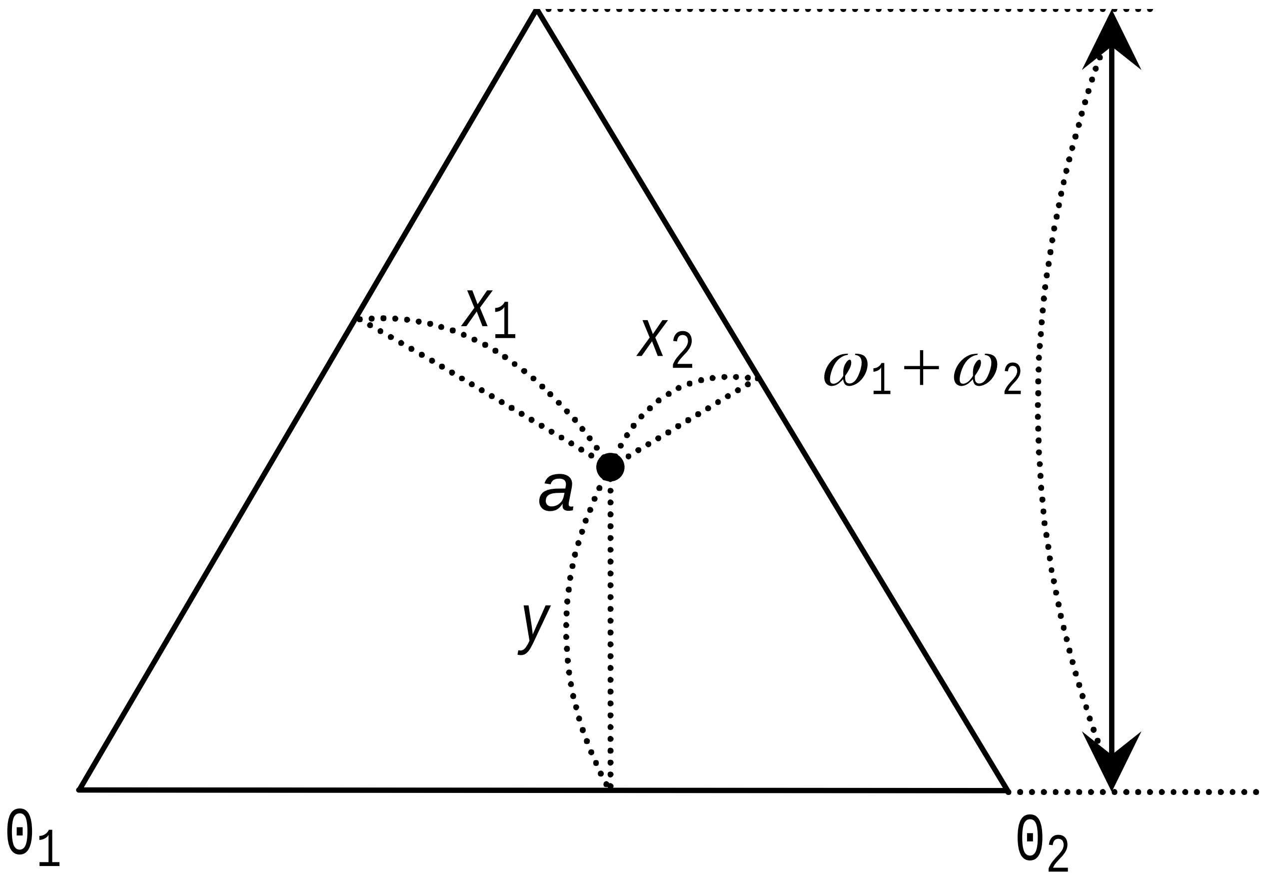
・自発的支払いメカニズム：二人が公共財を作るために自分の私的財を自発的に支払う・投資する.

・y：公共財　x：私的財
・二人のプレイヤー：１と２
・w_i：プレイヤーiの私的財の初期保有量



公共財水準: $y(y_1, y_2) = y_1 + y_2 + w_y$（$w_y$：公共財の初期保有量）
プレイヤー iの利得関数：
$u_i(x_i, y) = u_i(w_i - y_i, y_1 + y_2 + w_y)$

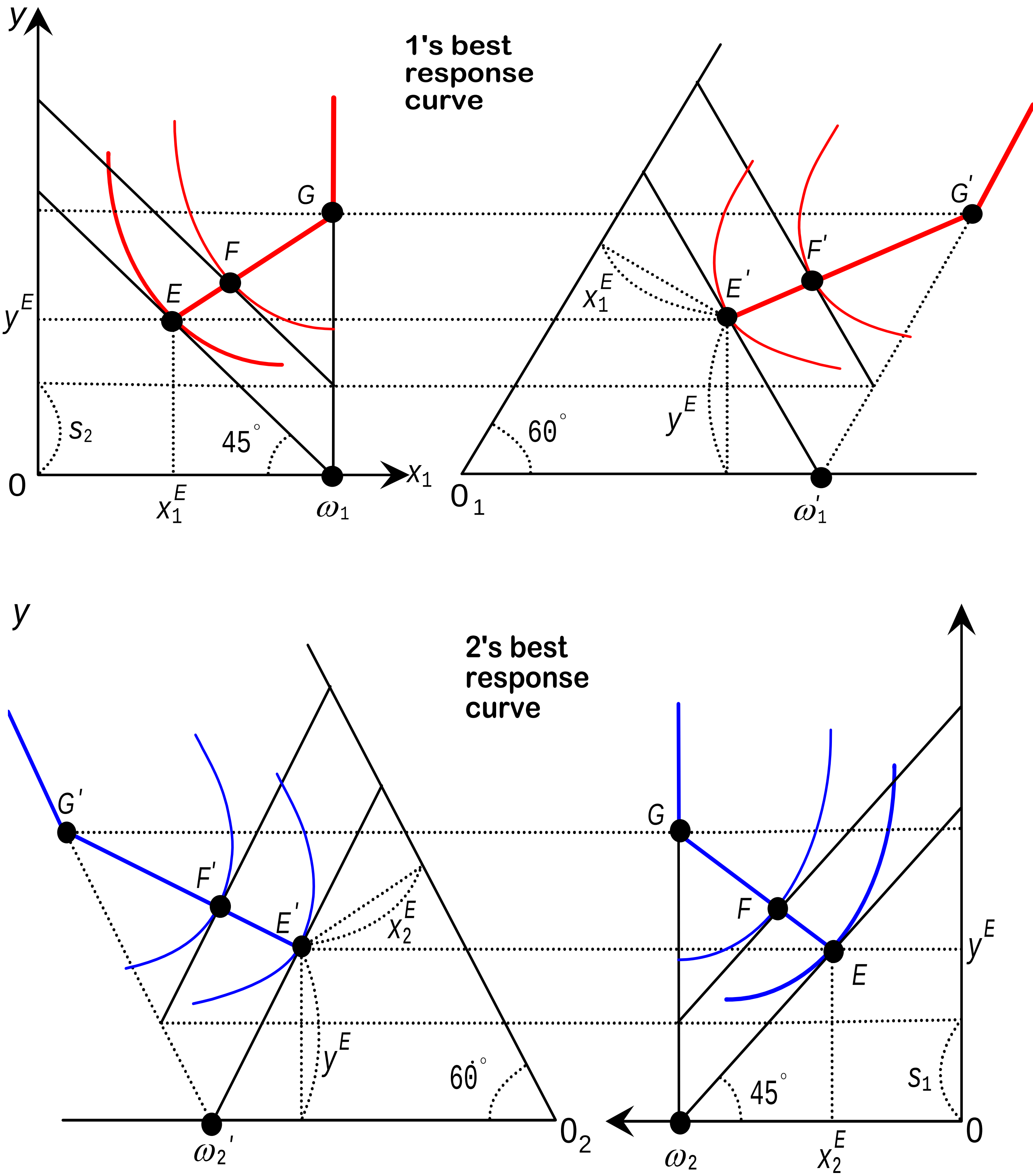
図１．　コルムの三角形



実現可能な配分の集合

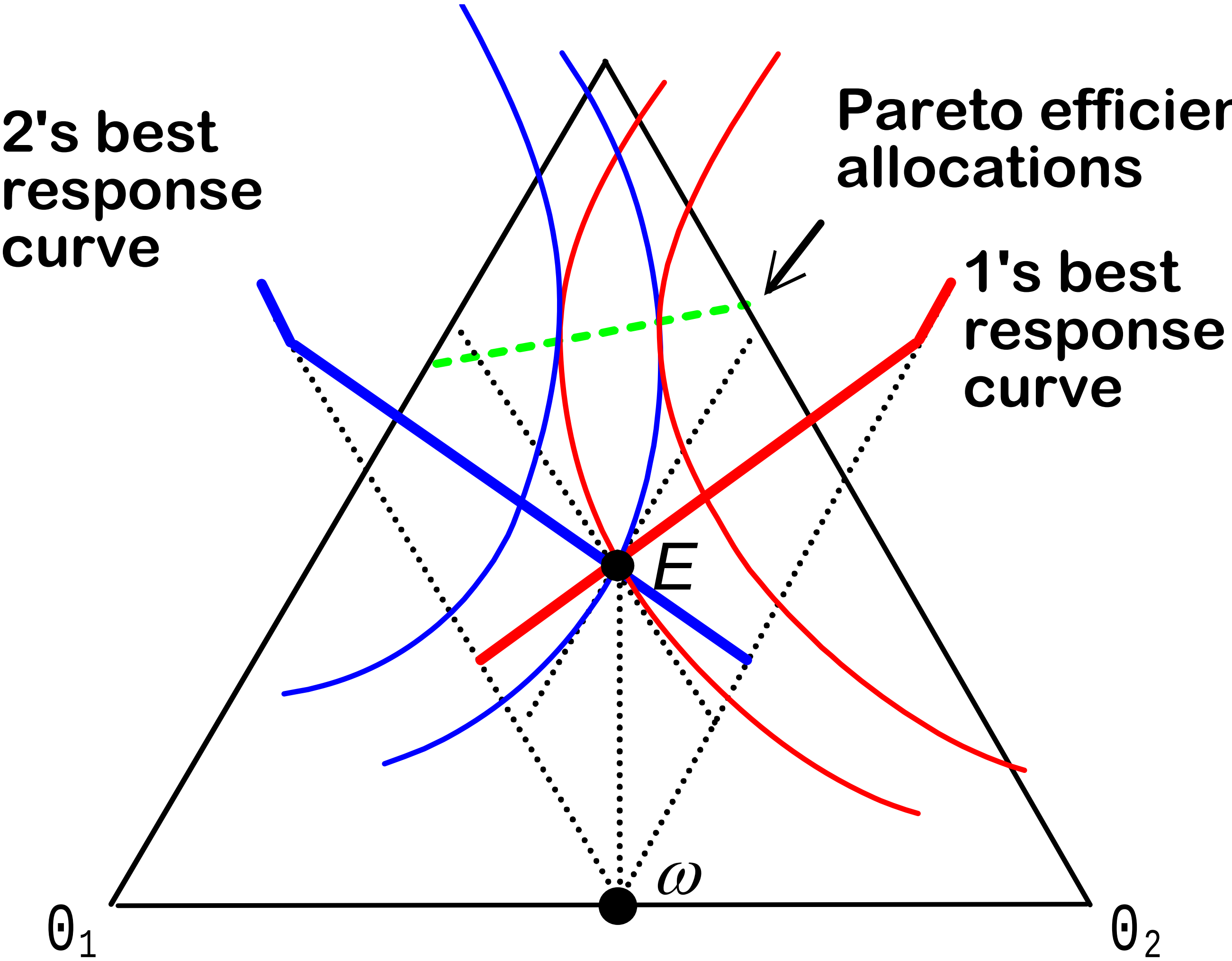
$$A^{\{1,2\}}=\{(x_1,x_2,y)\in\Re^3_+ \mid x_1+x_2+y=\omega_1+\omega_2\}$$

図２．最適反応曲線



1's best response curve
y
G
F
E
y^E
s_2
45°
0
x_1^E
ω_1
x_1
G'
F'
E'
x_1^E
y^E
60°
0_1
ω_1'
2's best response curve
y
G'
F'
E'
x_2^E
y^E
60°
ω_2'
0_2
G
F
E
y^E
s_1
45°
ω_2
x_2^E
0

図３．ナッシュ均衡はパレート効率ではない.



１）パレート効率性の条件―サミュエルソン条件

$E=(x_1^*, x_2^*, y^*)$

$MRS_1(E)+MRS_2(E)=1$

各主体の限界代替率の和＝公共財の限界要素必要量

公共財の限界要素必要量：公共財をもう一単位生産するために必要とされる私的財の量.

例）公共財の限界要素必要量は,

　　生産関数が $y=f(x)=x$ のときは，１,

　　線形の生産関数 $y=f(x)=ax$ については，　$1/a$,

パレート効率性条件の導出：

（１）$x_1+x_2+y=w_1+w_2$ （実現可能性条件）

のもとで，二人の効用の和 $L=u_1(x_1,y)+u_2(x_2,y)$ を最大にするような (x_1,x_2,y) がパレート効率な配分である．（１）をＬに代入して,

$L(x_1,x_2)=u_1(x_1,w_1+w_1-x_1-x_2)+u_2(x_2,w_1+w_1-x_1-x_2)$.

偏微分したものをゼロとおくと

（２）$\partial L/\partial x_1=\partial u_1/\partial x_1-\partial u_1/\partial y-\partial u_2/\partial y=0$

（３）$\partial L/\partial x_2=-\partial u_1/\partial y+\partial u_2/\partial x_2-\partial u_2/\partial y=0$

　（２）と（３）より,

（４）$\partial u_1/\partial x_1=\partial u_2/\partial x_2$

　（２）を $\partial u_1/\partial x_1$ でわると,

（５）$1-\dfrac{\partial u_1/\partial y}{\partial u_1/\partial x_1}-\dfrac{\partial u_2/\partial y}{\partial u_1/\partial x_1}=0$

　（４）と（５）より

$$\frac{\partial u_1/\partial y}{\partial u_1/\partial x_1}+\frac{\partial u_2/\partial y}{\partial u_2/\partial x_2}=1$$　もしくは，$MRS_1+MRS_2=1$

がパレート効率な配分において成立していなければならない条件である.

ただし，ここで，$MRS_i=-\dfrac{dx_i}{dy}=\dfrac{\partial u_i/\partial y}{\partial u_i/\partial x_i}$ は，同じ効用水準が保たれるならば，公共財 y の消費を１単位増やしたとき，私的財 x_i をどれくらいの量あきらめてもよいかを表す.

注１：$MRS_i = -\frac{dx_i}{dy} = \frac{\partial u_i / \partial y}{\partial u_i / \partial x_i}$ は，x_i を横軸，y を縦軸にとった図２における無差別曲線の接線の傾きの大きさの逆数である．

注２：図２，３で示されるように，各人の最適反応点では，$MRS_i = -\frac{dx_i}{dy} = 1$．これゆえ，ナッシュ均衡では，$MRS_1 + MRS_2 = 2 \neq 1$ となり，パレート効率ではない．

２）リンダール均衡

リンダール均衡に関する定理

定理：すべての人々の無差別曲線が凸であるとしよう．この時，パレート効率な配分を，ある適当な初期保有配分の下でリンダール均衡配分として達成できる価格が存在する．

いま (x_1^*, x_2^*, y^*) がパレート効率な配分で，価格を $\frac{p_{y1}^*}{p_x^*} = \frac{\frac{\partial u_1(x_1^*, y^*)}{\partial y}}{\frac{\partial u_1(x_1^*, y^*)}{\partial x_1}}$，$\frac{p_{y2}^*}{p_x^*} = \frac{\frac{\partial u_2(x_2^*, y^*)}{\partial y}}{\frac{\partial u_2(x_2^*, y^*)}{\partial x_2}}$ を満たすように設定したとしよう．このような価格は**リンダール価格**と呼ばれる．また，初期保有配分(w_1, w_2)を，$p_x^* x_i^* + p_{yi}^* y* = p_x^* w_i$（$i = 1{,}2$）を満たすように決めよう．$(x_1^*, x_2^*, y^*)$がパレート効率なので，$\frac{p_{y1}^*}{p_x^*} + \frac{p_{y2}^*}{p_x^*} = 1$が成立することから，$x_1^* + x_2^* + y* = w_1 + w_2$ となり，実現可能性の条件は満たされる．

消費者 i は予算制約$p_x^* x_i + p_{yi}^* y = p_x^* w_i$のもとで，自分の効用$u_i(x_i, y)$を最大化する．

１階の条件より，リンダール均衡配分では，

$$\frac{\partial u_1 / \partial y}{\partial u_1 / \partial x_1} = \frac{p_{y1}^*}{p_x^*},\quad \frac{\partial u_2 / \partial y}{\partial u_2 / \partial x_2} = \frac{p_{y2}^*}{p_x^*}$$

が成立している．リンダール価格の定義から，当然(x_1^*, x_2^*, y^*)はこれら二つの条件を満たすので，(x_1^*, x_2^*, y^*)はリンダール均衡配分として達成できる．

また選好が強い意味で凸ではなく，無差別曲線に平らな部分があるときは，効用を最大にする消費の組み合わせは一つに決まらず，複数個ある．よって，(x_1^*, x_2^*, y^*)以外の配分がリンダール配分となりうるが，そのような配分もパレート効率である．

注意：上記の定理は，厚生経済学の第二定理に対応するものである．一見すると，公共財が存在する場合でも価格を用いた市場メカニズムうまく機能し，自発的支払メカニズムで生じたようなパレート効率な公共財供給ができないという問題は解決されたように思われる．しかし，上記のリンダール均衡に関する定理と第二定理には大きな違いがある．私的財のみが存在する経済において，市場均衡配分としてパレート効率な配分を達成するためには，各人の効用関数に関する情報は必要なく，その意味で市場メカニズムは分権的で，情報効率的である．

しかしながら，公共財が存在する場合で，市場メカニズムがうまく機能するためには，多くの個人情報を必要とする．パレート効率な配分を達成するリンダール価格

$$\frac{p_{y1}^*}{p_x^*}=\frac{\dfrac{\partial u_1(x_1^*,y^*)}{\partial y}}{\dfrac{\partial u_1(x_1^*,y^*)}{\partial x_1}},\quad \frac{p_{y2}^*}{p_x^*}=\frac{\dfrac{\partial u_2(x_2^*,y^*)}{\partial y}}{\dfrac{\partial u_2(x_2^*,y^*)}{\partial x_2}}$$

では，各個人によって（私的財の価格に対する）公共財の価格は異なり，これらを決めるためには，各個人の選好（効用関数u）に関わる情報を収集する必要がある．しかし，まず，ある人が別の人に効用関数の情報を伝えるのは簡単ではない．

さらに，たとえ選好情報が伝達可能であるとしても，各人が自己の本当の選好を伝達するとは限らない．公共財については，自分が消費する財そのものを別の主体も消費できるため，たとえ価格を与えられたものと行動するとしても，自己に課せられた価格のもとで自己の公共財を購入しようとするインセンティブが失われる可能性がある．他人に公共財を購入してもらい，自分がそれに「ただ乗り」できるのである．

つまり，公共財が存在する場合には，正確な個人情報なしには市場メカニズムがうまく機能しない，つまり市場は失敗するのである．